**Вспомогательная окружность**

1. Точки *A*, *B*, *C*, *D* лежат на одной окружности, если

а) Точки *C* и *D* лежат по одну сторону от прямой *AB* и отрезок *АВ* виден из этих точек под одним углом.

б) Точки *C* и *D* лежат по разные стороны от прямой *AB* и отрезок АВ виден из этих точек под углами, составляющими в сумме 180°.

1. В четырехугольнике *АBCD* углы *B* и *D* прямые. Докажите, что ∠*BАC* = ∠*BDC*.
2. Из произвольной точки *М* катета *ВС* прямоугольного треугольника *АВС* на гипотенузу *АВ* опущен перпендикуляр *МN*. Докажите, что ∠*MAN* = ∠*MСN*.
3. В выпуклом четырехугольнике два противоположных угла прямые. Доказать, что соединяющая их диагональ не длиннее другой диагонали.
4. Дан прямоугольный треугольник *АВС* с прямым углом при вершине *В* и углом α при вершине *А*. Точка *D* – середина гипотенузы. Точка *E* симметрична точке *С* относительно прямой *BD*. Найдите угол *АEВ*.
5. В треугольнике *АВС* угол *В* равен 60°, биссектрисы *АК* и *СЕ* пересекаются в точке *О*. Докажите, что *ОК* = *ОЕ*.
6. В треугольнике *АВС* проведены медианы *АА*1 и *ВВ*1. Докажите, что если ∠*САА*1 = ∠*СВВ*1, то треугольник *АВС* равнобедренный.
7. Отрезок *АВ* двигается по плоскости таким образом, что точки *А* и *В* скользят по сторонам прямого угла *Р*. По какой траектории движется середина отрезка *АВ*?
8. Вершины *А* и *В* прямоугольного треугольника *АВС* с прямым углом *С* скользят по сторонам прямого угла с вершиной *Р*. Докажите, что точка *С* при этом движется по прямой.
9. В остроугольном треугольнике *АВС* проведены высоты *АА*1, *ВВ*1 и *СС*1. Докажите, что высота *СС*1 делит угол *А*1*С*1*В*1 пополам.
10. Диагонали равнобедренной трапеции *АВСD* с боковой стороной *АВ* пересекаются в точке *Р*. Докажите, что центр её описанной окружности лежит на описанной окружности треугольника *АРВ*.
11. На медиане *АМ* треугольника *АВС* взята точка *К* так, что ∠*ВКМ* = ∠*АВС*. Докажите, что ∠*СКМ* = ∠*АСВ*.
12. На окружности фиксированы точки *А* и *В*. Точка *С* перемещается по дуге этой окружности с концами в точках *А* и *В*. По какой траектории движется:

а) точка пересечения биссектрис треугольника *АВС*?

б) точка пересечения высот треугольника *АВС*?

в) точка пересечения серединных перпендикуляров треугольника *АВС*?

г) точка пересечения медиан треугольника *АВС*?

1. В остроугольном треугольнике *ABC* провели высоты *BP* и *CQ*, точка *T* – точка пересечения высот треугольника *PAQ*. Оказалось, что ∠*CTB* = 90°. Найдите ∠*BAC*.