Министерство образования Иркутской области

ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет»

Кафедра математики и методики обучения математике

Кафедра алгебраических и информационных систем

V региональный творческий конкурс учителей математики

Второй этап, 1 тур, 25 марта 2016 года

1. Функцию $f(x) = ax^2+bx+c$, $a \neq 0$ заменяют на функцию $f_1(x) = \frac{f(x+1)+f(x-1)}{2}$. Затем функцию $f_1(x)$ заменяют на $f_2(x) = \frac{f_1(x+1)+f_1(x-1)}{2}$. Это действие повторяют еще несколько раз. Докажите, что через несколько таких замен получится функция, не имеющая корней.

2. Девочка и медведь за день съели вместе более 39 булочек. Число булочек, съеденных девочкой и уменьшенное на 3, более чем в 4 раза превышает число булочек, съеденных медведем. Утроенное число булочек, съеденных девочкой, превышает удвоенное число булочек, съеденных медведем, но не более, чем на 85. Сколько булочек съела за день девочка?

3. Решите систему уравнений в действительных числах
$$\begin{cases} x^2 = 2y - 1 \\ x^4 + y^4 = 2 \end{cases}$$

4. Докажите, что для всех натуральных значений n число $3^n + n^3$ делится на 7 тогда и только тогда, когда $3^n \cdot n^3 + 1$ делится на 7.

5. Какое наибольшее количество последовательных целых чисел может быть представлено в виде $x^3 + 2y^2$ с целыми x и y?

Министерство образования Иркутской области

ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет»

Кафедра математики и методики обучения математике

Кафедра алгебраических и информационных систем

V региональный творческий конкурс учителей математики

Второй этап, 1 тур, 25 марта 2016 года

1. Функцию $f(x) = ax^2+bx+c$, $a \neq 0$ заменяют на функцию $f_1(x) = \frac{f(x+1)+f(x-1)}{2}$. Затем функцию $f_1(x)$ заменяют на $f_2(x) = \frac{f_1(x+1)+f_1(x-1)}{2}$. Это действие повторяют еще несколько раз. Докажите, что через несколько таких замен получится функция, не имеющая корней.

2. Девочка и медведь за день съели вместе более 39 булочек. Число булочек, съеденных девочкой и уменьшенное на 3, более чем в 4 раза превышает число булочек, съеденных медведем. Утроенное число булочек, съеденных девочкой, превышает удвоенное число булочек, съеденных медведем, но не более, чем на 85. Сколько булочек съела за день девочка?

3. Решите систему уравнений в действительных числах
$$\begin{cases} x^2 = 2y - 1 \\ x^4 + y^4 = 2 \end{cases}$$

4. Докажите, что для всех натуральных значений n число $3^n + n^3$ делится на 7 тогда и только тогда, когда $3^n \cdot n^3 + 1$ делится на 7.

5. Какое наибольшее количество последовательных целых чисел может быть представлено в виде $x^3 + 2y^2$ с целыми x и y?