




МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФГБОУ ВО «ИГУ»




**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ
ОБЩЕРАЗВИВАЮЩАЯ ПРОГРАММА
(для детей)**

Математическая школа «Апейрон» – 9-10 класс
(наименование программы)

Направленность программы – естественнонаучная
Категория слушателей – 15-16 лет
Трудоемкость программы 36 часов
Срок освоения (реализации) программы две недели
Форма обучения очная
Режим занятий: по группам, 3 часа в день, по 9-12 часов в неделю

Согласовано с УМС Педагогического
института
Протокол № 8 от 23.05.2024
Председатель  Павлова М.С.

Рекомендовано кафедрой математики и
методики обучения математике
Протокол № 9 от 25.04.2024 г.
Зав. кафедрой  Будникова О.С.

Иркутск 2024 г.

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОГРАММЫ

1.1 **Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа** «Математическая школа «Апейрон» – 9-10 класс направлена на развитие творческих способностей обучающихся, удовлетворение их индивидуальных потребностей в интеллектуальном совершенствовании.

1.2 **Нормативные документы, регламентирующие разработку дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы**

Нормативно-правовую базу разработки **дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы для детей** составляют:

– Федеральный закон от 29 декабря 2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;

– Концепция развития дополнительного образования детей до 2030 года (Распоряжение Правительства РФ от 31.03.2022 № 678-р);

– Постановление Главного государственного санитарного врача РФ от 04.07.2014 № 41 «Об утверждении СанПиН 2.4.4.3172-14 «Санитарно-эпидемиологические требования к устройству, содержанию и организации режима работы образовательных организаций дополнительного образования детей»;

– Постановление Главного государственного санитарного врача Российской Федерации от 28.09.2020 № 28 "Об утверждении санитарных правил СП 2.4. 3648-20 "Санитарно-эпидемиологические требования к организациям воспитания и обучения, отдыха и оздоровления детей и молодежи" (Зарегистрирован 18.12.2020 № 61573);

– Постановление Главного государственного санитарного врача Российской Федерации от 30.06.2020 № 16 "Об утверждении санитарно-эпидемиологических правил СП 3.1/2.4 3598-20 "Санитарно-эпидемиологические требования к устройству, содержанию и организации работы образовательных организаций и других объектов социальной инфраструктуры для детей и молодежи в условиях распространения новой коронавирусной инфекции (COVID-19)";

– Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам, утвержденный приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 27 июля 2022 г. № 629;

– Приказ Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки РФ от 14 августа 2020 г. N 831"Об утверждении Требований к структуре официального сайта образовательной организации в информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" и формату представления информации";

–Порядок применения организациями, осуществляющими образовательную деятельность, электронного обучения, дистанционных образовательных технологий при реализации образовательных программ, утвержденный приказом Министерства образования и науки от 23 августа 2017 г. №816;

– Методические рекомендации по проектированию дополнительных общеразвивающих программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, представленные в Письме Минобрнауки России от 31.01.2022 г. № ДГ-245/06;

– Устав ФГБОУ ВО «ИГУ», утвержденный Приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 28 ноября 2018 г. №1071;

– Локальные нормативные акты, регламентирующие образовательную деятельность по дополнительным образовательным программам.

1.3 **Используемые сокращения**

В настоящей дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программе используются следующие сокращения:

ДО – дополнительная образовательная программа;

ДООП – дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа;

КУГ – календарный учебный график;
ЛНА – локальный нормативный акт;
ОС – оценочные средства;
СРО – самостоятельная работа обучающихся;
УП – учебный план.

1.4 Область применения программы

Настоящая программа предназначена для выявления, развития и профессионально ориентированной поддержки детей (возраст 15-17 лет), проявивших способности в области математики. Обучение производится в группах. Содержание разделов программы в каждой группе разработано с учетом их возрастных и индивидуальных особенностей.

1.5 Требования к уровню подготовки обучающихся, необходимому для освоения дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы:

К освоению программы «Математическая школа» допускаются лица, прошедшие специальный отбор. Отбор основывается на результатах участия школьников (9-10 классы) в следующих математических олимпиадах:

- муниципальный и региональный этапы ВсОШ,
- олимпиады из Перечня олимпиад школьников и их уровней,
- математические соревнования муниципального и регионального уровня.

1.6 Уровень дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы

Содержание и материал программы дополнительного образования детей организованы по принципу дифференциации.

Данная программа соответствует продвинутому уровню сложности.

1.7 Педагогическая целесообразность программы заключается в том, чтобы:

- способствовать расширению знаний, умений и навыков обучающихся в области математики,
- способствовать удовлетворению потребностей в интеллектуальном совершенствовании школьников посредством их подготовки к участию в математических соревнованиях и олимпиадах высокого уровня.

Актуальность. Участие обучающихся в математических олимпиадах является одной из форм удовлетворения потребностей в интеллектуальном совершенствовании. Представленная программа способствует развитию математических способностей обучающихся, осуществляет подготовку школьников к участию в математических олимпиадах и обеспечивает профессиональную ориентацию мотивированных школьников.

Новизна. Развитие математических способностей обучающихся реализуется посредством акцентирования в содержании программы логической составляющей математических задач.

В основе программы лежит идея изучения нового теоретического материала путем последовательного решения задач, приводящих к формулировке (и доказательству) общих утверждений. Такая технология не только развивает навыки самостоятельной работы и стимулирует творческую активность, но и способствует созданию целостного представления о структуре математического знания и тесной взаимосвязи его частей.

1.8 Цель и планируемые результаты освоения программы

Цель программы:

- развитие математических способностей обучающихся указанной возрастной группы.

Задачи:

- развитие навыков применения логических схем к решению математических задач;
- выработка критериев логической строгости при формулировке решений и доказательств;

- изучение методов решения задач школьных математических олимпиад, соответствующих указанной возрастной группе;
- выявление, развитие и профессиональная ориентация школьников в области физико-математических и компьютерных наук.

1.9. Планируемые результаты:

В результате освоения программы слушатели должны:

знать: основные законы мышления, ключевые логические подходы к решению математических проблем, базовые понятия, положения и методы математических теорий, представленных в содержании школьных математических олимпиад, соответствующих указанной возрастной группе.

уметь: четко и последовательно описывать процесс своих рассуждений, придерживаясь критериев логической строгости, применять изученные методы и подходы в решении математических задач исследовательского характера и задач математических олимпиад различного уровня сложности.

владеть (демонстрировать навыки и опыт деятельности):

основными логическими методами решения олимпиадных математических задач, соответствующих указанной возрастной группе.

1.10 Документ об обучении (образовании)

Лицам, успешно освоившим **дополнительную общеобразовательную общеразвивающую программу для детей**, выдаётся сертификат установленного образца об окончании программы.

II. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

2.1 Учебный план.

Учебный план

дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы детей

«Математическая школа «Апейрон» – 9-10 класс

Направленность программы – естественнонаучная

№	Наименование Модуля (раздела), дисциплины, темы*	Количество часов			Самостоятельная работа	Форма аттестации/ контроля
		Всего	Теория	Практика*		
1	Алгебраические модели, уравнения и неравенства	18	5	5	8	Промежуточная аттестация – зачетная работа.
2	Алгебраические задачи различных логических типов	18	5	5	8	Промежуточная аттестация – зачетная работа.
ИТОГО:		36	10	10	16	

ИТОГОВАЯ АТТЕСТАЦИЯ не предусмотрена.

Календарный учебный график

Учебный процесс осуществляется в течение 2 недель. Согласно СанПиНу занятия проходят 4 раза в неделю, в день проводится 3 академических часа учебных занятий.

Календарный учебный график
дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы для детей
Математическая школа «Апейрон» – 9-10 класс
Направленность программы – естественнонаучная

Срок освоения (реализации) программы: 2 недели

Образовательный период (модуль/триместр) по программе осуществляется с октября по июль (по мере комплектования групп) и составляет 2 недели.

Каникулярный период: -

Трудоемкость образовательной программы 36 часов, из них 20 часов аудиторных, 16 часов – СРО.

Продолжительность учебной недели – 4 дня; аудиторные занятия с 9.00 до 11.45 часов. Количество аудиторных часов в день – 3 часа, после каждого аудиторного часа перерыв 15 минут. График самостоятельной работы слушатель определяет самостоятельно из расчета 8 часов в неделю. Промежуточная аттестация проводится в рамках практических занятий.

Комплектование групп в течение учебного года.

№	Месяц/число	Модуль	Время проведения занятий	Форма Занятий	Количество часов	Место проведения	Форма контроля
1	1 неделя, 1 день	Алгебраические модели, уравнения и неравенства	9.00-10.45	Лекция	2	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	Устный опрос
		Алгебраические модели, уравнения и неравенства	11.00-11.45	Практическое занятие	1	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	
2	1 неделя, 2 день	Алгебраические модели, уравнения и неравенства	9.00-10.45	Лекция	2	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	
		Алгебраические модели, уравнения и неравенства	11.00-11.45	Практическое занятие	1	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	Самостоятельная работа №1
3	1 неделя, 3 день	Алгебраические модели, уравнения и неравенства	9.00-9.45	Лекция	1	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	
		Алгебраические модели,	10.00-11.45	Практическое	2	г. Иркутск,	

		уравнения и неравенства		е занятие		Нижняя Набережная, д. 6	
4	1 неделя, 4 день	Алгебраические задачи различных логических типов	9.00-10.45	Лекция	2	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	Устный опрос
		Алгебраические задачи различных логических типов	11.00-11.45	Практическое занятие	1	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	
5	2 неделя, 1 день	Алгебраические задачи различных логических типов	9.00-10.45	Лекция	2	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	
		Алгебраические задачи различных логических типов	11.00-11.45	Практическое занятие	1	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	
6	2 неделя, 2 день	Алгебраические задачи различных логических типов	9.00-9.45	Лекция	1	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	
		Алгебраические задачи различных логических типов	10.00-11.45	Практическое занятие	2	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	Самостоятельная работа №2
7	2 неделя, 3 день	Алгебраические модели, уравнения и неравенства	9.15-10.00	Практическое занятие	1	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	Зачетная работа «Алгебраические модели, уравнения и неравенства»
		Алгебраические задачи различных логических типов	10.00-10.45	Практическое занятие	1	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	Зачетная работа «Алгебраические задачи различных логических типов»

2.1 Содержание разделов/модулей

Учебно-тематический план

Наименование модулей (разделов) и тем программы	Содержание учебного материала		Вид и форма занятия	Образовательные технологии	Трудоемкость
1	2		3	4	5
МОДУЛЬ 1 Алгебраические модели, уравнения и неравенства					
Доказательство неравенств	Неравенства между средними. Общие методы доказательства неравенств. Геометрическая интерпретация неравенств.	Продуктивный уровень усвоения	Лекция	Технологии организации исследований, анализа практики, разработки гипотез и самостоятельного поиска решений	2
Уравнения и системы уравнений	Симметрические уравнения. Инволютивные преобразования.	Продуктивный уровень усвоения	Практическое занятие	Технологии организации исследований, анализа практики, разработки гипотез и самостоятельного поиска решений	2
Индукция	Вычисление сумм. Доказательство тождеств и неравенств.	Продуктивный уровень усвоения	Практическое занятие	Технологии организации исследований, анализа практики, разработки гипотез и самостоятельного поиска решений	1
Числовые последовательности. Предел последовательности.	Свойства и виды последовательностей. Рекуррентные последовательности. Специальные рекуррентные последовательности.	Продуктивный уровень усвоения	Лекция	Технологии организации исследований, анализа практики, разработки гипотез и самостоятельного поиска решений	3
	Сходящиеся последовательности. Методы нахождения пределов.	Продуктивный уровень усвоения	Практическое занятие		1
ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ					1
МОДУЛЬ 2 Алгебраические задачи различных логических типов					

Множество точек на координатной плоскости	Функции и графики. Рациональные функции. Интерполяционный многочлен Лагранжа.	Продуктивный уровень усвоения	Лекция	Технологии организации исследований, анализа практики, разработки гипотез и самостоятельного поиска решений	5
	Четность, нечетность, периодичность	Продуктивный уровень усвоения	Практическое занятие		2
Многочлены	Интерполяция. Многочлены с целыми коэффициентами. Алгебраические задачи с многочленами на плоскости.	Продуктивный уровень усвоения	Практическое занятие	Технологии организации исследований, анализа практики, разработки гипотез и самостоятельного поиска решений	2
ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ					1
Всего:					20 часов

III. ОРГАНИЗАЦИОННО - ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ПРОГРАММЫ

3.1. Материально-технические условия реализации программы

Наименование специальных учебных помещений	Вид занятий	Перечень оборудования, программного обеспечения
Учебная аудитория	Лекционные занятия, практические занятия	Учебная аудитория должна быть оборудована партами для размещения обучающихся (20 чел.), столом и стулом для преподавателя, меловой доской, проектором, экраном, компьютером или ноутбуком для демонстрации презентаций. На компьютере должна быть установлена операционная система Windows и пакет приложений Microsoft Office.

3.2. Учебно-методическое и информационное обеспечение программы

1. Всероссийские олимпиады школьников по математике 1993–2006: Окружной и финальный этапы / Н. Х. Агаханов и др. Под ред. Н. Х. Агаханова. — М.: МЦНМО, 2007. — 472 с. Режим доступа: <https://math.ru/lib/files/pdf/olimp/Vseross.pdf>
2. Бураго А.Г. Дневник математического кружка: первый год занятий. – М.: МЦНМО, 2017. – 368 с. Режим доступа: <https://dev.mccme.ru/~merzon/mirror/kruzhok/burago-excerpt.pdf>
3. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки. – Киров, АСА, 1994. – 272 с. Режим доступа: https://www.mathedu.ru/text/genkin_i_dr_leningradskie_matematicheskie_kruzhki_1994/p0/
4. Горбачев Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: МЦНМО, 2004. – 560 с. Режим доступа: <https://postypashki.ru/wp-content/uploads/2019/02/%D0%A1%D0%B1%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%B8%D0%BA-%D0%BE%D0%BB%D0%B8%D0%BC%D0%BF%D0%B8%D0%B0%D0%B4%D0%BD%D1%8B%D1%85-%D0%B7%D0%B0%D0%B4%D0%B0%D1%87.pdf>
5. Задачи Санкт-Петербургской олимпиады школьников по математике / сост. К.П. Кохась, С.В. Иванов, С.Л. Берлов и др. – СПб.: «Невский диалект», 2002. – 192 с. Режим доступа: https://www.viu-online.ru/science/bulletin/2011/Kohas_K. Berlov S. Hrabrov A. i dr. - Zadachi Sankt-Peterburgskoj olimpiady shkolnikov po matematike 2017 goda - 2018.pdf
6. Козлова Е.Г. Сказки и подсказки. – М.: МЦНМО, 2004. – 165 с. Режим доступа: <https://old.mccme.ru/free-books/pdf/kozlova.pdf>
7. Спивак А.В. Математический кружок. 6-7 классы. – М.: Посев, 2003. – 128 с. Режим доступа: <https://math.ru/lib/files/pdf/mmmf/posev.pdf>

Цифровые образовательные ресурсы

8. <http://www.mccme.ru/> – Московский центр непрерывного математического образования (Центр, осуществляющий поддержку различных форм внеклассной работы по математике со школьниками. Оказывает методическую помощь преподавателям кружков и классов с углубленным изучением математики.)
9. <http://www.rosolymp.ru/> – Информационный портал всероссийской олимпиады школьников
10. <http://www.etudes.ru/> – Математические этюды. (Сайт, созданный при поддержке Математического института им. В.А. Стеклова РАН. На сайте представлены этюды, выполненные с использованием современной компьютерной 3D-графики, увлекательно и интересно рассказывающие о математике и её приложениях)
11. <http://www.math.ru/> – Math.ru (Учредителем этого сайта является Отделение математических наук РАН. На сайте собрана классика математической литературы, ссылки на видео-лекции и другие методические разработки).
12. <http://cdoosh.ru/> – Центр дополнительного образования одаренных школьников (Сайт содержит материалы математических турниров, информацию о текущих соревнованиях по математике и дистанционных школах).

3.3. Кадровое обеспечение реализации программы

Реализацию программы осуществляют преподаватели, квалификация которых соответствует требованиям профессионального стандарта «Педагог дополнительного образования детей и взрослых», утверждённого приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации «Об утверждении профессионального стандарта «Педагог дополнительного образования детей и взрослых» от 22 сентября 2021 г. №652.

3.4. Организация образовательного процесса

Образовательный процесс реализуется в форме лекционных и практических занятий, нацеленных на последовательное решение задач, приводящих к формулировке (и доказательству) общих утверждений. Такая технология не только развивает навыки самостоятельной работы и стимулирует творческую активность, но и способствует созданию целостного представления о структуре математического знания и тесной взаимосвязи его частей. Образовательный процесс предполагает самостоятельную работу слушателей и выполнение домашних заданий. Обучение осуществляется в группах.

3.5. Финансовые условия реализации дополнительной общеобразовательной программы

Финансовое обеспечение реализации дополнительных общеобразовательных программ осуществляется за счет средств субсидии на финансовое обеспечение выполнения государственного (муниципального) задания на оказание государственных (муниципальных) услуг (выполнение работ) в рамках нормативов расходов на реализацию программ дополнительных общеобразовательных программ.

Дополнительные общеобразовательные программы могут реализовываться за счет средств физических и (или) юридических лиц в соответствии с Постановлением Правительства Российской Федерации от 15.09.2020 № 1441 «Об утверждении Правил оказания платных образовательных услуг».

IV КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ

4.1 Формы аттестации

Текущий контроль проводится с целью определения степени усвоения материала обучающимися в форме устного опроса и самостоятельной работы.

Промежуточная аттестация проводится по итогам освоения модуля в виде зачетной работы.

4.2 Оценка качества освоения программы

В соответствии с требованиями Федерального Закона «Об образовании в РФ» ст.75, к общему результату дополнительного образования детей, результатом дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы детей «Математическая школа «Айперон» – 9-10 класс является развитие математических способностей обучающихся.

Оценка о качества освоения программы осуществляется на основании достижения критериальных значений по каждому показателю.

Результат освоения программы	Основные показатели оценки результата	Критериальное значение показателя	Форма контроля
<p>Обучающийся знает: основные понятия, положения и методы математических теорий, представленных в содержании школьных математических олимпиад.</p> <p>умеет: применять изученные методы и подходы в решении математических задач исследовательского характера и задач математических олимпиад различного уровня сложности.</p> <p>владеет: основными логическими методами решения олимпиадных математических задач.</p>	<p>Показатель 1 Обучающийся владеет методами решения олимпиадных математических задач базового / повышенного уровня сложности.</p> <p>Показатель 2 Обучающийся может представить логически обоснованное, последовательное решение задания.</p>	<p>Показатель 1</p> <ul style="list-style-type: none"> – Верно построена математическая модель и получен верный ответ (4 балла) – Верно построена математическая модель, но выбранный метод решения реализован с недочетами (2-3 балла) – Неверно построена математическая модель. <p>Показатель 2</p> <ul style="list-style-type: none"> – Представлено логически обоснованное решение задания (3 балла) – Логическое обоснование решения содержит неточности (1-2 балла) – Логическое обоснование решения не представлено или содержит существенные ошибки. 	<p>Самостоятельная работа №1</p> <p>Самостоятельная работа №2</p> <p>Зачет</p>

4.3. Оценочные средства

Устный опрос предполагает беседу, направленную на проверку знаний определений основных понятий, формулировки утверждений и описания процесса их применения в процессе решения задач.

Устный опрос не предполагает выставления отметки.

Форма организации самостоятельных /зачетных работ			
Длительность проведения	Содержание	Формат	Фиксация образовательных результатов

2 академических часа (самостоятельная работа)	Задания представлены ниже.	Письменная математическая олимпиада	Проверенная согласно критериям письменная работа обучающегося; протокол олимпиады
1 академический час (зачетная работа)			

Критерии оценивания самостоятельных /зачетных работ

Каждое задание оценивается в 7 баллов, полученных в сумме оценивания двух показателей.

Не зачтено	Зачтено
Получено менее половины баллов за работу. Количество баллов определяется формулой: $7 \cdot (\text{количество заданий})$. Демонстрационный вариант работы представлен ниже.	Получено не менее половины баллов за работу. Количество баллов определяется формулой: $7 \cdot (\text{количество заданий})$. Демонстрационный вариант работы представлен ниже.

Промежуточная аттестация

Для прохождения промежуточной аттестации необходимо получить зачет по двум зачетным работам и не менее одного зачета по одной из двух самостоятельных работ.

**Самостоятельная работа №1 для осуществления текущего контроля по модулю
«Алгебраические модели, уравнения и неравенства»**

1. Найдите сумму $6 + 26 + 46 + \dots + 2026$.
2. На доске были написаны все натуральные числа от 1 до некоторого n , кратного 50. Затем все числа, кратные 50, стёрли. Докажите, что сумма оставшихся чисел — точный квадрат.
3. Докажите, что если $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$, то $a = b = c$.
4. У натурального числа n есть такие два различных натуральных делителя a и b , что

$$(a - 1)(b + 2) = n - 2.$$

Докажите, что $2n$ — квадрат натурального числа.

5. Пусть a, b, c, d — вещественные числа такие, что $a + d = b + c$. Докажите, что $(a - b)(c - d) + (a - c)(b - d) + (d - a)(b - c) \geq 0$

**Самостоятельная работа №2 для осуществления текущего контроля по модулю
«Алгебраические задачи различных логических типов»**

1. Найдите остаток при делении многочлена $x^{100} - 8x^{97} - 5x^{17} + 10x^{16} + x^2 - 2x + 1$ на $x^2 - 3x + 2$.
2. На плоскости расположено 100 точек. Известно, что через каждые четыре из них проходит график некоторого квадратного трёхчлена. Докажите, что все 100 точек лежат на графике одного квадратного трёхчлена.
3. Решите в целых неотрицательных числах уравнение $x^5 + 3x + 4 = 2^m$.
4. Найдите все многочлены $P(x)$, которые удовлетворяют тождеству

$$xP(x - 1) = (x - 26)P(x).$$

5. Существует ли многочлен такой, что $P(n) = S(n)$ для каждого натурального n ? Через $S(n)$ обозначена сумма цифр числа n .

**Зачетные задания по модулю «Алгебраические модели,
уравнения и неравенства»**

1. Докажите, что при любых x, y, z выполнено неравенство **(а)** $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$; **(б)** $x^4 + y^4 + 8 \geq 8xy$; **(с)** $x^4 + y^4 + z^2 + 1 \geq 2x(xy^2 - x + z + 1)$.
2. Даны числа $0 < a_1, a_2, \dots, a_n < 1$. Докажите, что $\frac{a_1}{1-a_1} + \dots + \frac{a_n}{1-a_n} > a_1 + \dots + a_n$.
3. Действительные числа a, b таковы, что $0 \leq a \leq b \leq 1$. Докажите, что:
(а) $0 \leq \frac{b-a}{1-ab} \leq 1$; **(б)** $0 \leq \frac{a}{1+b} + \frac{b}{1+a} \leq 1$; **(с)** $0 \leq ab^2 - ba^2 \leq \frac{1}{4}$.
4. Для положительных чисел a, b, c докажите, что

$$\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} < \frac{a+1}{b+a+1} + \frac{b+1}{c+b+1} + \frac{c+1}{a+c+1} < 3.$$

**Зачетные задания по модулю «Алгебраические задачи
различных логических типов»**

1. Сколько общих точек могут иметь две параболы, являющиеся графиками квадратных трёхчленов в одной и той же системе координат?
2. Известно, что разность кубов корней квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ равна 2019. Сколько корней имеет уравнение $ax^2 + 2bx + 4c = 0$?
3. Рассмотрим квадратичные функции $y = x^2 + px + q$, для которых $p + q = 2019$. Докажите, что все параболы, являющиеся графиками этих функций, пересекаются в одной точке.
4. Докажите, что если $c(a + b + c) < 0$ то уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет корень.
5. Докажите, что квадратное уравнение $(x - a)(x - b) + (x - b)(x - c) + (x - c)(x - a) = 0$ имеет хотя бы один корень.

Авторы программы:

Ботороева Мария Николаевна, доцент кафедры математики и методики обучения математике ФГБОУ ВО «ИГУ», к.ф.-м.н.

Будникова Ольга Сергеевна, заведующий кафедрой математики и методики обучения математике ФГБОУ ВО «ИГУ», к.ф.-м.н., доцент

Дулатова Зайнеп Асаналиевна, доцент кафедры математики и методики обучения математике ФГБОУ ВО «ИГУ», к.ф.-м.н.

Ковыршина Анна Ивановна, доцент кафедры математики и методики обучения математике ФГБОУ ВО «ИГУ», к.ф.-м.н., доцент

Лапшина Елена Сергеевна, доцент кафедры математики и методики обучения математике ФГБОУ ВО «ИГУ», к.ф.-м.н., доцент

Орлов Сергей Сергеевич, доцент кафедры математики и методики обучения математике ФГБОУ ВО «ИГУ», к.ф.-м.н.

Штыков Николай Николаевич, доцент кафедры математики и методики обучения математике ФГБОУ ВО «ИГУ», к.ф.-м.н.