



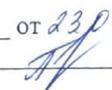
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФГБОУ ВО «ИГУ»

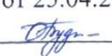


**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ
ОБЩЕРАЗВИВАЮЩАЯ ПРОГРАММА
(для детей)**

Математическая школа «Интенция» – 7-8 класс
(наименование программы)

Направленность программы – естественнонаучная
Категория слушателей – 13-15 лет
Трудоемкость программы 36 часов
Срок освоения (реализации) программы две недели
Форма обучения очная
Режим занятий: по группам, 3 часа в день, по 9-12 часов в неделю

Согласовано с УМС Педагогического
института
Протокол № 8 от 23.05.2024
Председатель  Павлова М.С.

Рекомендовано кафедрой математики и
методики обучения математике
Протокол № 9 от 25.04.2024 г.
Зав. кафедрой  Будникова О.С.

Иркутск 2024 г.

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОГРАММЫ

1.1 **Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа** «Математическая школа «Интенция» – 7-8 класс направлена на развитие творческих способностей обучающихся, удовлетворение их индивидуальных потребностей в интеллектуальном совершенствовании.

1.2 **Нормативные документы, регламентирующие разработку дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы**

Нормативно-правовую базу разработки **дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы для детей** составляют:

– Федеральный закон от 29 декабря 2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;

– Концепция развития дополнительного образования детей до 2030 года (Распоряжение Правительства РФ от 31.03.2022 № 678-р);

– Постановление Главного государственного санитарного врача РФ от 04.07.2014 № 41 «Об утверждении СанПиН 2.4.4.3172-14 «Санитарно-эпидемиологические требования к устройству, содержанию и организации режима работы образовательных организаций дополнительного образования детей»;

– Постановление Главного государственного санитарного врача Российской Федерации от 28.09.2020 № 28 "Об утверждении санитарных правил СП 2.4. 3648-20 "Санитарно-эпидемиологические требования к организациям воспитания и обучения, отдыха и оздоровления детей и молодежи" (Зарегистрирован 18.12.2020 № 61573);

– Постановление Главного государственного санитарного врача Российской Федерации от 30.06.2020 № 16 "Об утверждении санитарно-эпидемиологических правил СП 3.1/2.4 3598-20 "Санитарно-эпидемиологические требования к устройству, содержанию и организации работы образовательных организаций и других объектов социальной инфраструктуры для детей и молодежи в условиях распространения новой коронавирусной инфекции (COVID-19)";

– Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам, утвержденный приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 27 июля 2022 г. № 629;

– Приказ Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки РФ от 14 августа 2020 г. N 831"Об утверждении Требований к структуре официального сайта образовательной организации в информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" и формату представления информации";

– Порядок применения организациями, осуществляющими образовательную деятельность, электронного обучения, дистанционных образовательных технологий при реализации образовательных программ, утвержденный приказом Министерства образования и науки от 23 августа 2017 г. №816;

– Методические рекомендации по проектированию дополнительных общеразвивающих программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, представленные в Письме Минобрнауки России от 31.01.2022 г. № ДГ-245/06;

– Устав ФГБОУ ВО «ИГУ», утвержденный Приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 28 ноября 2018 г. №1071;

– Локальные нормативные акты, регламентирующие образовательную деятельность по дополнительным образовательным программам.

1.3 **Используемые сокращения**

В настоящей дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программе используются следующие сокращения:

ДО – дополнительная образовательная программа;

ДООП – дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа;

КУГ – календарный учебный график;
ЛНА – локальный нормативный акт;
ОС – оценочные средства;
СРО – самостоятельная работа обучающихся;
УП – учебный план.

1.4 Область применения программы

Настоящая программа предназначена для выявления, развития и профессионально ориентированной поддержки детей (возраст 13-15 лет), проявивших способности в области математики. Обучение производится в группах. Содержание разделов программы разработано с учетом их возрастных и индивидуальных особенностей.

1.5 Требования к уровню подготовки обучающихся, необходимому для освоения дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы:

К освоению программы «Математическая школа» допускаются лица, прошедшие специальный отбор. Отбор основывается на результатах участия школьников в следующих математических олимпиадах:

- муниципальный и региональный этапы ВсОШ,
- олимпиады из Перечня олимпиад школьников и их уровней,
- математические соревнования муниципального и регионального уровня.

1.6 Уровень дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы

Содержание и материал программы дополнительного образования детей организованы по принципу дифференциации.

Данная программа соответствует продвинутому уровню сложности.

1.7 Педагогическая целесообразность программы заключается в том, чтобы:

- способствовать расширению знаний, умений и навыков обучающихся в области математики,
- способствовать удовлетворению потребностей в интеллектуальном совершенствовании школьников посредством их подготовки к участию в математических соревнованиях и олимпиадах высокого уровня.

Актуальность. Участие обучающихся в математических олимпиадах является одной из форм удовлетворения потребностей в интеллектуальном совершенствовании. Представленная программа способствует развитию математических способностей обучающихся, осуществляет подготовку школьников к участию в математических олимпиадах и обеспечивает профессиональную ориентацию мотивированных школьников.

Новизна. Развитие математических способностей обучающихся реализуется посредством акцентирования в содержании программы логической составляющей математических задач.

В основе программы лежит идея изучения нового теоретического материала путем последовательного решения задач, приводящих к формулировке (и доказательству) общих утверждений. Такая технология не только развивает навыки самостоятельной работы и стимулирует творческую активность, но и способствует созданию целостного представления о структуре математического знания и тесной взаимосвязи его частей.

1.8 Цель и планируемые результаты освоения программы

Цель программы:

- развитие математических способностей обучающихся указанной возрастной группы.

Задачи:

- развитие навыков применения логических схем к решению математических задач;
- выработка критериев логической строгости при формулировке решений и доказательств;

- изучение методов решения задач школьных математических олимпиад, соответствующих указанной возрастной группе;
- выявление, развитие и профессиональная ориентация школьников в области физико-математических и компьютерных наук.

1.9. Планируемые результаты:

В результате освоения программы слушатели должны:

знать: основные законы мышления, ключевые логические подходы к решению математических проблем, базовые понятия, положения и методы математических теорий, представленных в содержании школьных математических олимпиад, соответствующих указанной возрастной группе.

уметь: четко и последовательно описывать процесс своих рассуждений, придерживаясь критериев логической строгости, применять изученные методы и подходы в решении математических задач исследовательского характера и задач математических олимпиад различного уровня сложности.

владеть (демонстрировать навыки и опыт деятельности):

основными логическими методами решения олимпиадных математических задач, соответствующих указанной возрастной группе.

1.10 Документ об обучении (образовании)

Лицам, успешно освоившим **дополнительную общеобразовательную общеразвивающую программу для детей**, выдаётся сертификат установленного образца об окончании программы.

II. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

2.1 Учебный план.

Учебный план

дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы детей

«Математическая школа «Интенция» – 7-8 класс

Направленность программы – естественнонаучная

№	Наименование Модуля (раздела), дисциплины, темы*	Количество часов			Самостоятельная работа	Форма аттестации/ контроля
		Всего	Теория	Практика*		
1	Геометрические фигуры на плоскости	18	5	5	8	Промежуточная аттестация – зачетная работа.
2	Геометрические тела в пространстве	18	5	5	8	Промежуточная аттестация – зачетная работа
	ИТОГО:	36	10	10	16	

ИТОГОВАЯ АТТЕСТАЦИЯ не предусмотрена.

Календарный учебный график

Учебный процесс осуществляется в течение 2 недель. Согласно СанПиНу занятия проходят 4 раза в неделю, в день проводится 3 академических часа учебных занятий.

Календарный учебный график
дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы для детей
Математическая школа «Интенция» – 7-8 класс
Направленность программы – естественнонаучная

Срок освоения (реализации) программы: 2 недели

Образовательный период (модуль/триместр) по программе осуществляется с октября по июль (по мере комплектования групп) и составляет 2 недели.

Каникулярный период: -

Трудоемкость образовательной программы 36 часов, из них 20 часов аудиторных, 16 часов – СРО.

Продолжительность учебной недели – 4 дня; аудиторные занятия с 9.00 до 11.45 часов. Количество аудиторных часов в день – 3 часа, после каждого аудиторного часа перерыв 15 минут. График самостоятельной работы слушатель определяет самостоятельно из расчета 8 часов в неделю. Промежуточная аттестация проводится в рамках практических занятий.

Комплектование групп в течение учебного года.

№	Месяц/число	Модуль	Время проведения занятий	Форма занятий	Количество часов	Место проведения	Форма контроля
1	1 неделя, 1 день	Геометрические фигуры на плоскости	9.00-10.45	Лекция	2	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	Устный опрос
		Геометрические фигуры на плоскости	11.00-11.45	Практическое занятие	1	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	
2	1 неделя, 2 день	Геометрические фигуры на плоскости	9.00-10.45	Лекция	2	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	
		Геометрические фигуры на плоскости	11.00-11.45	Практическое занятие	1	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	Самостоятельная работа №1
3	1 неделя, 3 день	Геометрические фигуры на плоскости	9.00-9.45	Лекция	1	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	
		Геометрические фигуры на	10.00-11.45	Практическое	2	г. Иркутск,	

		плоскости		е занятие		Нижняя Набережная, д. 6	
4	1 неделя, 4 день	Геометрические тела в пространстве	9.00-10.45	Лекция	2	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	Устный опрос
		Геометрические тела в пространстве	11.00-11.45	Практическое занятие	1	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	
5	2 неделя, 1 день	Геометрические тела в пространстве	9.00-10.45	Лекция	2	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	
		Геометрические тела в пространстве	11.00-11.45	Практическое занятие	1	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	
6	2 неделя, 2 день	Геометрические тела в пространстве	9.00-9.45	Лекция	1	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	
		Геометрические тела в пространстве	10.00-11.45	Практическое занятие	2	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	Самостоятельная работа №2
7	2 неделя, 3 день	Геометрические фигуры на плоскости	9.15-10.00	Практическое занятие	1	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	Зачетная работа «Логика и комбинаторика»
		Геометрические тела в пространстве	10.00-10.45	Практическое занятие	1	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	Зачетная работа «Теория чисел»

2.1 Содержание разделов/модулей

Учебно-тематический план

Наименование модулей (разделов) и тем программы	Содержание учебного материала		Вид и форма занятия	Образовательные технологии	Трудоемкость
1	2		3	4	5
МОДУЛЬ 1 Геометрические фигуры на плоскости					
Подобные треугольники	Подобие и теорема Фалеса.	Продуктивный уровень усвоения	Лекция	Технологии организации исследований, анализа практики, разработки гипотез и самостоятельного поиска решений	2
	Теоремы Чевы и Менелая.	Продуктивный уровень усвоения	Практическое занятие	Технологии организации исследований, анализа практики, разработки гипотез и самостоятельного поиска решений	1
Геометрия окружностей	Касательные к окружности. Касающиеся окружности	Продуктивный уровень усвоения	Лекция	Технологии организации исследований, анализа практики, разработки гипотез и самостоятельного поиска решений	2
	Углы, связанные с окружностью.	Продуктивный уровень усвоения	Практическое занятие	Технологии организации исследований, анализа практики, разработки гипотез и самостоятельного поиска решений	1
Геометрические преобразования	Геометрические преобразования плоскости. Движение и подобие.	Продуктивный уровень усвоения	Лекция	Технологии организации исследований, анализа	1

плоскости	Гомотетия	усвоения		практики, разработки гипотез и самостоятельного поиска решений	
	Поворот. Параллельный перенос. Осевая симметрия	Продуктивный уровень усвоения	Практическое занятие	Технологии организации исследований, анализа практики, разработки гипотез и самостоятельного поиска решений	2
ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ					1
МОДУЛЬ 2 Геометрические тела в пространстве					
Элементы аналитической геометрии	Векторы, скалярное произведение векторов.	Продуктивный уровень усвоения	Лекция	Технологии организации исследований, анализа практики, разработки гипотез и самостоятельного поиска решений	2
	Расстояния на координатной плоскости и в пространстве.	Продуктивный уровень усвоения	Практическое занятие	Технологии организации исследований, анализа практики, разработки гипотез и самостоятельного поиска решений	1
Объем. Площадь поверхности	Геометрические тела в пространстве. Комбинации многогранников и тел вращения и их характеристики: объем, площадь поверхности.	Продуктивный уровень усвоения	Лекция	Технологии организации исследований, анализа практики, разработки гипотез и самостоятельного поиска решений	2
	Методы нахождения объемов тел, площадей поверхности.	Продуктивный уровень усвоения	Практическое занятие	Технологии организации исследований, анализа практики, разработки гипотез и	1

				самостоятельного поиска решений	
Использование метрических теорем геометрии в решении алгебраических задач	Решение алгебраических уравнений и неравенств геометрическими методами.	Продуктивный уровень усвоения	Лекция	Технологии организации исследований, анализа практики, разработки гипотез и самостоятельного поиска решений	1
	Векторы в решении задач планиметрии и стереометрии.	Продуктивный уровень усвоения	Практическое занятие	Технологии организации исследований, анализа практики, разработки гипотез и самостоятельного поиска решений	2
ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ					1
Всего:					20 часов

III. ОРГАНИЗАЦИОННО - ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ПРОГРАММЫ

3.1. Материально-технические условия реализации программы

Наименование специальных учебных помещений	Вид занятий	Перечень оборудования, программного обеспечения
Учебная аудитория	Лекционные занятия, практические занятия	Учебная аудитория должна быть оборудована партами для размещения обучающихся (20 чел.), столом и стулом для преподавателя, меловой доской, проектором, экраном, компьютером или ноутбуком для демонстрации презентаций. На компьютере должна быть установлена операционная система Windows и пакет приложений Microsoft Office.

3.2. Учебно-методическое и информационное обеспечение программы

1. Всероссийские олимпиады школьников по математике 1993–2006: Окружной и финальный этапы / Н. Х. Агаханов и др. Под ред. Н. Х. Агаханова. — М.: МЦНМО, 2007. — 472 с. Режим доступа: <https://math.ru/lib/files/pdf/olimp/Vseross.pdf>
2. Бураго А.Г. Дневник математического кружка: первый год занятий. – М.: МЦНМО, 2017. – 368 с. Режим доступа: <https://dev.mccme.ru/~merzon/mirror/kruzhok/burago-excerpt.pdf>
3. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки. – Киров, АСА, 1994. – 272 с. Режим доступа: https://www.mathedu.ru/text/genkin_i_dr_leningradskie_matematicheskie_kruzhki_1994/p0/
4. Горбачев Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: МЦНМО, 2004. – 560 с. Режим доступа: <https://postypashki.ru/wp-content/uploads/2019/02/%D0%A1%D0%B1%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%B8%D0%BA-%D0%BE%D0%BB%D0%B8%D0%BC%D0%BF%D0%B8%D0%B0%D0%B4%D0%BD%D1%8B%D1%85-%D0%B7%D0%B0%D0%B4%D0%B0%D1%87.pdf>
5. Задачи Санкт-Петербургской олимпиады школьников по математике / сост. К.П. Кохась, С.В. Иванов, С.Л. Берлов и др. – СПб.: «Невский диалект», 2002. – 192 с. Режим доступа: https://www.viu-online.ru/science/bulletin/2011/Kohas_K. Berlov_S. Hrabrov_A. i dr. - Zadachi_Sankt-Peterburgskoj_olimpiady_shkolnikov_po_matematike_2017_goda_-2018.pdf
6. Козлова Е.Г. Сказки и подсказки. – М.: МЦНМО, 2004. – 165 с. Режим доступа: <https://old.mccme.ru/free-books/pdf/kozlova.pdf>
7. Спивак А.В. Математический кружок. 6-7 классы. – М.: Посев, 2003. – 128 с. Режим доступа: <https://math.ru/lib/files/pdf/mmmf/posev.pdf>

Цифровые образовательные ресурсы

8. <http://www.mccme.ru/> – Московский центр непрерывного математического образования (Центр, осуществляющий поддержку различных форм внеклассной работы по математике со школьниками. Оказывает методическую помощь преподавателям кружков и классов с углубленным изучением математики.)
9. <http://www.rosolymp.ru/> – Информационный портал всероссийской олимпиады школьников
10. <http://www.etudes.ru/> – Математические этюды. (Сайт, созданный при поддержке Математического института им. В.А. Стеклова РАН. На сайте представлены этюды, выполненные с использованием современной компьютерной 3D-графики, увлекательно и интересно рассказывающие о математике и её приложениях)
11. <http://www.math.ru/> – Math.ru (Учредителем этого сайта является Отделение математических наук РАН. На сайте собрана классика математической литературы, ссылки на видео-лекции и другие методические разработки).
12. <http://cdoosh.ru/> – Центр дополнительного образования одаренных школьников (Сайт содержит материалы математических турниров, информацию о текущих соревнованиях по математике и дистанционных школах).

3.3. Кадровое обеспечение реализации программы

Реализацию программы осуществляют преподаватели, квалификация которых соответствует требованиям профессионального стандарта «Педагог дополнительного образования детей и взрослых», утверждённого приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации «Об утверждении профессионального стандарта «Педагог дополнительного образования детей и взрослых» от 22 сентября 2021 г. №652.

3.4. Организация образовательного процесса

Образовательный процесс реализуется в форме лекционных и практических занятий, нацеленных на последовательное решение задач, приводящих к формулировке (и доказательству) общих утверждений. Такая технология не только развивает навыки самостоятельной работы и стимулирует творческую активность, но и способствует созданию целостного представления о структуре математического знания и тесной взаимосвязи его частей. Образовательный процесс предполагает самостоятельную работу слушателей и выполнение домашних заданий. Обучение осуществляется в группах.

3.5. Финансовые условия реализации дополнительной общеобразовательной программы

Финансовое обеспечение реализации дополнительных общеобразовательных программ осуществляется за счет средств субсидии на финансовое обеспечение выполнения государственного (муниципального) задания на оказание государственных (муниципальных) услуг (выполнение работ) в рамках нормативов расходов на реализацию программ дополнительных общеобразовательных программ.

Дополнительные общеобразовательные программы могут реализовываться за счет средств физических и (или) юридических лиц в соответствии с Постановлением Правительства Российской Федерации от 15.09.2020 № 1441 «Об утверждении Правил оказания платных образовательных услуг».

IV КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ

4.1 Формы аттестации

Текущий контроль проводится с целью определения степени усвоения материала обучающимися в форме устного опроса и самостоятельной работы.

Промежуточная аттестация проводится по итогам освоения модуля в виде зачетной работы.

4.2 Оценка качества освоения программы

В соответствии с требованиями Федерального Закона «Об образовании в РФ» ст.75, к общему результату дополнительного образования детей, результатом дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы детей «Математическая школа «Интенция» – 7-8 класс является развитие математических способностей обучающихся.

Оценка о качества освоения программы осуществляется на основании достижения критериальных значений по каждому показателю.

Результат освоения программы	Основные показатели оценки результата	Критериальное значение показателя	Форма контроля
<p>Обучающийся знает: основные понятия, положения и методы математических теорий, представленных в содержании школьных математических олимпиад.</p> <p>умеет: применять изученные методы и подходы в решении математических задач исследовательского характера и задач математических олимпиад различного уровня сложности.</p> <p>владеет: основными логическими методами решения олимпиадных математических задач.</p>	<p>Показатель 1 Обучающийся владеет методами решения олимпиадных математических задач базового / повышенного уровня сложности.</p> <p>Показатель 2 Обучающийся может представить логически обоснованное, последовательное решение задания.</p>	<p>Показатель 1</p> <ul style="list-style-type: none"> – Верно построена математическая модель и получен верный ответ (4 балла) – Верно построена математическая модель, но выбранный метод решения реализован с недочетами (2-3 балла) – Неверно построена математическая модель. <p>Показатель 2</p> <ul style="list-style-type: none"> – Представлено логически обоснованное решение задания (3 балла) – Логическое обоснование решения содержит неточности (1-2 балла) – Логическое обоснование решения не представлено или содержит существенные ошибки. 	<p>Самостоятельная работа №1 Самостоятельная работа №2 Зачет «Геометрические фигуры на плоскости», «Геометрические тела в пространстве»</p>

4.3. Оценочные средства

Устный опрос предполагает беседу, направленную на проверку знаний определений основных понятий, формулировки утверждений и описания процесса их применения в процессе решения задач.

Устный опрос не предполагает выставления отметки.

Форма организации самостоятельных /зачетных работ			
Длительность проведения	Содержание	Формат	Фиксация образовательных результатов
2 академических часа (самостоятельная работа) 1 академический час (зачетная работа)	Задания представлены ниже.	Письменная математическая олимпиада	Проверенная согласно критериям письменная работа обучающегося; протокол олимпиады

Критерии оценивания самостоятельных /зачетных работ	
Каждое задание оценивается в 7 баллов, полученных в сумме оценивания двух показателей.	
Не зачтено	Зачтено
Получено менее половины баллов за работу. Количество баллов определяется формулой: $7 * (\text{количество заданий})$. Демонстрационный вариант работы представлен ниже.	Получено не менее половины баллов за работу. Количество баллов определяется формулой: $7 * (\text{количество заданий})$. Демонстрационный вариант работы представлен ниже.

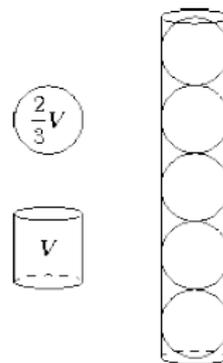
Промежуточная аттестация
Для прохождения промежуточной аттестации необходимо получить зачет по двум зачетным работам и не менее одного зачета по одной из двух самостоятельных работ.

Самостоятельная работа №1 для осуществления текущего контроля по модулю «Геометрические фигуры на плоскости»

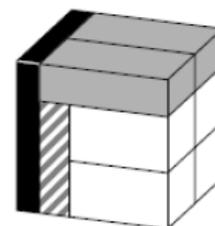
1. Основания трапеции равны 6 и 4; боковые стороны, равные 5 и 4, продолжены до взаимного пересечения. Найдите, насколько продолжены боковые стороны.
2. (а) Докажите, что высота прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, разбивает треугольник на два подобных треугольника.
(б) Высота прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, разбивает гипотенузу на отрезки длиной 1 и 4. Найдите длину высоты.
3. В параллелограмме $ABCD$ сторона $AB = 420$. На стороне BC взята точка E так, что $BE : EC = 5 : 7$, и проведена прямая DE , пересекающая продолжение AB в точке F . Найдите BF .
4. В параллелограмме $ABCD$ сторона $BC = 10$. На продолжении BC за точкой C отмечена точка E так, что $CE = 5$. Прямые AE и CD пересекаются в точке O , BO пересекает AD в точке F . Найдите DF .
5. Боковая сторона AB трапеции $ABCD$ разделена на пять равных частей, и через третью точку деления, считая от точки B , проведена прямая, параллельная основаниям BC и AD . Найдите отрезок этой прямой, заключённый между сторонами трапеции, если $BC = a$ и $AD = b$.

Самостоятельная работа №2 для осуществления текущего контроля по модулю «Геометрические тела в пространстве»

1. Еще Архимед знал, что шар занимает ровно $\frac{2}{3}$ объема цилиндра, в который он вписан (шар касается стенок, дна и крышки цилиндра). В цилиндрической упаковке находятся 5 стоящих друг на друге шаров. Найдите отношение пустого места к занятому в этой упаковке.



2. Миша сложил из восьми брусков куб (см. рис.). Все бруски имеют один и тот же объем, серые бруски одинаковые и белые бруски тоже одинаковые. Какую часть ребра куба составляют длина, ширина и высота белого бруска?



3. Куб разрезали на 99 кубиков, из которых ровно у одного ребро имеет длину, отличную от 1 (у каждого из остальных ребро равно 1). Найдите объем исходного куба. Периметр равнобедренного треугольника равен P . Каковы должны быть его стороны, чтобы объем фигуры, полученной вращением этого треугольника вокруг основания, был наибольшим?
4. В основании треугольной пирамиды $ABCD$ лежит прямоугольный треугольник ABC с катетами $AC = 15$ и $BC = 20$. Боковое ребро DC перпендикулярно к плоскости основания. Сфера касается основания ABC , ребра CD и боковой грани ABD в точке P , которая лежит на высоте треугольника ABD , опущенной из точки D . Известно, что $DP = 6$. Найдите объем пирамиды.

Зачетные задания по модулю «Геометрические фигуры на плоскости»

- Используя теорему Чевы, докажите, что для любого треугольника в одной точке пересекаются:
 - отрезки, соединяющие вершины треугольника с соответствующими точками касания вписанной окружности (*точка Жергона*);
 - отрезки, соединяющие вершины треугольника с соответствующими точками касания невписанной окружности (*точка Нагеля*).
- В треугольнике ABC точки A_1, B_1, C_1 — середины сторон BC, AC и AB соответственно.
 - Окружность, вписанная в треугольник $A_1B_1C_1$, касается отрезков B_1C_1, A_1C_1 и A_1B_1 в точках A_2, B_2 и C_2 соответственно. Докажите, что прямые AA_2, BB_2 и CC_2 пересекаются в одной точке. Что это за точка для ABC ?
 - Окружности, вписанные в треугольники AB_1C_1, A_1BC_1 и A_1B_1C , касаются сторон B_1C_1, A_1C_1 и A_1B_1 соответственно в точках A_3, B_3 и C_3 . Докажите, что прямые AA_3, BB_3 и CC_3 пересекаются в одной точке. Что это за точка для ABC ?
 - Окружности, вписанные в треугольники AB_1C_1, A_1BC_1 и A_1B_1C , касаются сторон B_1C_1, A_1C_1 и A_1B_1 соответственно в точках A_3, B_3, C_3 . Докажите, что прямые A_1A_3, B_1B_3 и C_1C_3 пересекаются в одной точке. Что это за точка для треугольника ABC ? А для треугольника $A_1B_1C_1$?
- На сторонах AB и AC треугольника ABC выбраны точки M и N так, что $BM = CN$. Прямая, проведенная через точку P пересечения BN и CM параллельно биссектрисе угла A , пересекает сторону AC в точке L . Докажите, что $AB = LC$.

Зачетные задания по модулю «Геометрические тела в пространстве»

- В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точка K — середина стороны $B_1 C_1$, а точка L — середина стороны $C_1 D_1$. Найдите угол между прямыми AB_1 и KL .
- На ребрах $A_1 B_1$ куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ отмечены точки E и F так, что $\angle FDC = \angle EBA = 60^\circ$. Найдите угол между прямыми, содержащими отрезки EB и FD .
- В пирамиде $PABC$ с высотой $PA = 8$ на стороне $BC = 5$ отмечена точка K так, что $PK = 10$, а прямые PK и BC перпендикулярны. Найдите площадь треугольника ABC .
- Прямые a и b перпендикулярны и проведены в плоскости π . Прямая c перпендикулярна прямой b и пересекает прямую a в точке B , а также пересекает прямую l в точке C , так что $BC = 8$. При этом прямая l пересекает a в точке A так, что $AB = 6, AC = 10$. Найдите угол между прямыми b и l .
- В квадрате $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O — точка пересечения диагоналей, вне плоскости квадрата отмечена точка P так, что $PO \perp ABC$. Найдите угол между плоскостями APD и ABC , если $PO = 5$, а $AB = 10$.

Авторы программы:

Ботороева Мария Николаевна, доцент кафедры математики и методики обучения математике ФГБОУ ВО «ИГУ», к.ф.-м.н.

Будникова Ольга Сергеевна, заведующий кафедрой математики и методики обучения математике ФГБОУ ВО «ИГУ», к.ф.-м.н., доцент

Дулатова Зайнеп Асаналиевна, доцент кафедры математики и методики обучения математике ФГБОУ ВО «ИГУ», к.ф.-м.н.

Ковыршина Анна Ивановна, доцент кафедры математики и методики обучения математике ФГБОУ ВО «ИГУ», к.ф.-м.н., доцент

Лапшина Елена Сергеевна, доцент кафедры математики и методики обучения математике ФГБОУ ВО «ИГУ», к.ф.-м.н., доцент

Орлов Сергей Сергеевич, доцент кафедры математики и методики обучения математике ФГБОУ ВО «ИГУ», к.ф.-м.н.

Штыков Николай Николаевич, доцент кафедры математики и методики обучения математике ФГБОУ ВО «ИГУ», к.ф.-м.н.