



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФГБОУ ВО «ИГУ»



**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ
ОБЩЕРАЗВИВАЮЩАЯ ПРОГРАММА
(для детей)**

Математическая школа «Монада» – 9-10 класс
(наименование программы)

Направленность программы – естественнонаучная


Категория слушателей – 15-17 лет


Трудоемкость программы 36 часов

Срок освоения (реализации) программы две недели

Форма обучения очная

Режим занятий: по группам, 3 часа в день, по 9-12 часов в неделю

Согласовано с УМС Педагогического
института
Протокол № 8 от 23.05.2024
Председатель  Павлова М.С.

Рекомендовано кафедрой математики и
методики обучения математике
Протокол № 9 от 25.04.2024 г.
Зав. кафедрой  Будникова О.С.

Иркутск 2024 г.

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОГРАММЫ

1.1 Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математическая школа «Монада» – 9-10 класс направлена на развитие творческих способностей обучающихся, удовлетворение их индивидуальных потребностей в интеллектуальном совершенствовании.

1.2 Нормативные документы, регламентирующие разработку дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы

Нормативно-правовую базу разработки **дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы для детей** составляют:

– Федеральный закон от 29 декабря 2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;

– Концепция развития дополнительного образования детей до 2030 года (Распоряжение Правительства РФ от 31.03.2022 № 678-р);

– Постановление Главного государственного санитарного врача РФ от 04.07.2014 № 41 «Об утверждении СанПиН 2.4.4.3172-14 «Санитарно-эпидемиологические требования к устройству, содержанию и организации режима работы образовательных организаций дополнительного образования детей»;

– Постановление Главного государственного санитарного врача Российской Федерации от 28.09.2020 № 28 "Об утверждении санитарных правил СП 2.4. 3648-20 "Санитарно-эпидемиологические требования к организациям воспитания и обучения, отдыха и оздоровления детей и молодежи" (Зарегистрирован 18.12.2020 № 61573);

– Постановление Главного государственного санитарного врача Российской Федерации от 30.06.2020 № 16 "Об утверждении санитарно-эпидемиологических правил СП 3.1/2.4 3598-20 "Санитарно-эпидемиологические требования к устройству, содержанию и организации работы образовательных организаций и других объектов социальной инфраструктуры для детей и молодежи в условиях распространения новой коронавирусной инфекции (COVID-19)";

– Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам, утвержденный приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 27 июля 2022 г. № 629;

– Приказ Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки РФ от 14 августа 2020 г. N 831"Об утверждении Требований к структуре официального сайта образовательной организации в информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" и формату представления информации";

–Порядок применения организациями, осуществляющими образовательную деятельность, электронного обучения, дистанционных образовательных технологий при реализации образовательных программ, утвержденный приказом Министерства образования и науки от 23 августа 2017 г. №816;

– Методические рекомендации по проектированию дополнительных общеразвивающих программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, представленные в Письме Минобрнауки России от 31.01.2022 г. № ДГ-245/06;

– Устав ФГБОУ ВО «ИГУ», утвержденный Приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 28 ноября 2018 г. №1071;

– Локальные нормативные акты, регламентирующие образовательную деятельность по дополнительным образовательным программам.

1.3 Используемые сокращения

В настоящей дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программе используются следующие сокращения:

ДО – дополнительная образовательная программа;

ДООП – дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа;

КУГ – календарный учебный график;
ЛНА – локальный нормативный акт;
ОС – оценочные средства;
СРО – самостоятельная работа обучающихся;
УП – учебный план.

1.4 Область применения программы

Настоящая программа предназначена для выявления, развития и профессионально ориентированной поддержки детей (возраст 15-17 лет), проявивших способности в области математики. Обучение производится в группах. Содержание разделов программы разработано с учетом их возрастных и индивидуальных особенностей.

1.5 Требования к уровню подготовки обучающихся, необходимому для освоения дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы:

К освоению программы «Математическая школа» допускаются лица, прошедшие специальный отбор. Отбор основывается на результатах участия школьников (9-10 классы) в следующих математических олимпиадах:

- муниципальный и региональный этапы ВсОШ,
- олимпиады из Перечня олимпиад школьников и их уровней,
- математические соревнования муниципального и регионального уровня.

1.6 Уровень дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы

Содержание и материал программы дополнительного образования детей организованы по принципу дифференциации.

Данная программа соответствует продвинутому уровню сложности.

1.7 Педагогическая целесообразность программы заключается в том, чтобы:

- способствовать расширению знаний, умений и навыков обучающихся в области математики,
- способствовать удовлетворению потребностей в интеллектуальном совершенствовании школьников посредством их подготовки к участию в математических соревнованиях и олимпиадах высокого уровня.

Актуальность. Участие обучающихся в математических олимпиадах является одной из форм удовлетворения потребностей в интеллектуальном совершенствовании. Представленная программа способствует развитию математических способностей обучающихся, осуществляет подготовку школьников к участию в математических олимпиадах и обеспечивает профессиональную ориентацию мотивированных школьников.

Новизна. Развитие математических способностей обучающихся реализуется посредством акцентирования в содержании программы логической составляющей математических задач.

В основе программы лежит идея изучения нового теоретического материала путем последовательного решения задач, приводящих к формулировке (и доказательству) общих утверждений. Такая технология не только развивает навыки самостоятельной работы и стимулирует творческую активность, но и способствует созданию целостного представления о структуре математического знания и тесной взаимосвязи его частей.

1.8 Цель и планируемые результаты освоения программы

Цель программы:

- развитие математических способностей обучающихся указанной возрастной группы.

Задачи:

- развитие навыков применения логических схем к решению математических задач;
- выработка критериев логической строгости при формулировке решений и доказательств;

- изучение методов решения задач школьных математических олимпиад, соответствующих указанной возрастной группе;
- выявление, развитие и профессиональная ориентация школьников в области физико-математических и компьютерных наук.

1.9. Планируемые результаты:

В результате освоения программы слушатели должны:

знать: основные законы мышления, ключевые логические подходы к решению математических проблем, базовые понятия, положения и методы математических теорий, представленных в содержании школьных математических олимпиад, соответствующих указанной возрастной группе.

уметь: четко и последовательно описывать процесс своих рассуждений, придерживаясь критериев логической строгости, применять изученные методы и подходы в решении математических задач исследовательского характера и задач математических олимпиад различного уровня сложности.

владеть (демонстрировать навыки и опыт деятельности):

основными логическими методами решения олимпиадных математических задач, соответствующих указанной возрастной группе.

1.10 Документ об обучении (образовании)

Лицам, успешно освоившим **дополнительную общеобразовательную общеразвивающую программу для детей**, выдаётся сертификат установленного образца об окончании программы.

II. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

2.1 Учебный план.

Учебный план

дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы детей

«Математическая школа «Монада» – 9-10 класс

Направленность программы – естественнонаучная

№	Наименование Модуля (раздела), дисциплины, темы*	Количество часов			Самостоятельная работа	Форма аттестации/ контроля
		Всего	Теория	Практика*		
1	Логика и комбинаторика	18	5	5	8	Промежуточная аттестация – зачетная работа.
2	Теория чисел	18	5	5	8	Промежуточная аттестация – зачетная работа
	ИТОГО:	36	10	10	16	

ИТОГОВАЯ АТТЕСТАЦИЯ не предусмотрена.

Календарный учебный график

Учебный процесс осуществляется в течение 2 недель. Согласно СанПиНу занятия проходят 4 раза в неделю, в день проводится 3 академических часа учебных занятий.

Календарный учебный график
дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы для детей
Математическая школа «Монада» – 9-10 класс
Направленность программы – естественнонаучная

Срок освоения (реализации) программы: 2 недели

Образовательный период (модуль/триместр) по программе осуществляется с октября по июль (по мере комплектования групп) и составляет 2 недели.

Каникулярный период: -

Трудоемкость образовательной программы 36 часов, из них 20 часов аудиторных, 16 часов – СРО.

Продолжительность учебной недели – 4 дня; аудиторные занятия с 9.00 до 11.45 часов. Количество аудиторных часов в день – 3 часа, после каждого аудиторного часа перерыв 15 минут. График самостоятельной работы слушатель определяет самостоятельно из расчета 8 часов в неделю. Промежуточная аттестация проводится в рамках практических занятий.

Комплектование групп в течение учебного года.

№	Месяц/число	Модуль	Время проведения занятий	Форма занятий	Количество часов	Место проведения	Форма контроля
1	1 неделя, 1 день	Логика и комбинаторика	9.00-10.45	Лекция	2	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	Устный опрос
		Логика и комбинаторика	11.00-11.45	Практическое занятие	1	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	
2	1 неделя, 2 день	Логика и комбинаторика	9.00-10.45	Лекция	2	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	
		Логика и комбинаторика	11.00-11.45	Практическое занятие	1	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	Самостоятельная работа №1
3	1 неделя, 3 день	Логика и комбинаторика	9.00-9.45	Лекция	1	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	
		Логика и комбинаторика	10.00-11.45	Практическое	2	г. Иркутск,	

				е занятие		Нижняя Набережная, д. 6	
4	1 неделя, 4 день	Теория чисел	9.00-10.45	Лекция	2	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	Устный опрос
		Теория чисел	11.00-11.45	Практическо е занятие	1	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	
5	2 неделя, 1 день	Теория чисел	9.00-10.45	Лекция	2	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	
		Теория чисел	11.00-11.45	Практическо е занятие	1	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	
6	2 неделя, 2 день	Теория чисел	9.00-9.45	Лекция	1	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	
		Теория чисел	10.00-11.45	Практическо е занятие	2	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	Самостоятельная работа №2
7	2 неделя, 3 день	Логика и комбинаторика	9.15-10.00	Практическо е занятие	1	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	Зачетная работа «Логика и комбинаторика»
		Теория чисел	10.00-10.45	Практическо е занятие	1	г. Иркутск, Нижняя Набережная, д. 6	Зачетная работа «Теория чисел»

2.1 Содержание разделов/модулей

Учебно-тематический план

Наименование модулей (разделов) и тем программы	Содержание учебного материала		Вид и форма занятия	Образовательные технологии	Трудоемкость
1	2		3	4	5
МОДУЛЬ 1 Логика и комбинаторика					
Комбинаторика в арифметике	Арифметика биномиальных коэффициентов. Неравенства биномиальных коэффициентов. Числа Каталана.	Продуктивный уровень усвоения	Лекция	Технологии организации исследований, анализа практики, разработки гипотез и самостоятельного поиска решений	2
	Свойства специальных чисел в решении комбинаторных задач.	Продуктивный уровень усвоения	Практическое занятие		1
Задачи на построение оценки. Оценка плюс пример.	Задачи вида «Оценка плюс пример» в алгебре, логике, геометрии и теории чисел.	Продуктивный уровень усвоения	Лекция	Технологии организации исследований, анализа практики, разработки гипотез и самостоятельного поиска решений	2
Доказательство существования и не существования.	Рассуждения от противного. Инвариант и полуинвариант.	Продуктивный уровень усвоения	Практическое занятие	Технологии организации исследований, анализа практики, разработки гипотез и самостоятельного поиска решений	1
Графы и их свойства	Обходы графов. Ориентированные графы.	Продуктивный уровень усвоения	Лекция	Технологии организации исследований, анализа практики, разработки гипотез и самостоятельного поиска решений	1
	Задачи на деревья, ориентированные графы, обходы графов.	Продуктивный уровень усвоения	Практическое занятие		2
ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ					1

МОДУЛЬ 2 Теория чисел					
Сравнения	Теоретико-числовые функции. Теорема Ферма. Теорема Эйлера. Китайская теорема об остатках. Системы сравнений. Теорема Вильсона. Теория вычетов.	Продуктивный уровень усвоения	Лекция	Технологии организации исследований, анализа практики, разработки гипотез и самостоятельного поиска решений	4
	Применение сравнений в решении теоретико-числовых задач.	Продуктивный уровень усвоения	Практическое занятие		2
Диофантовы уравнения	Линейные уравнения от нескольких неизвестных..	Продуктивный уровень усвоения	Лекция	Технологии организации исследований, анализа практики, разработки гипотез и самостоятельного поиска решений	1
	Нелинейные уравнения. Уравнение Пелля		Практическое занятие		2
ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ					1
Всего:					20

III. ОРГАНИЗАЦИОННО - ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ПРОГРАММЫ

3.1. Материально-технические условия реализации программы

Наименование специальных учебных помещений	Вид занятий	Перечень оборудования, программного обеспечения
Учебная аудитория	Лекционные занятия, практические занятия	Учебная аудитория должна быть оборудована партами для размещения обучающихся (20 чел.), столом и стулом для преподавателя, меловой доской, проектором, экраном, компьютером или ноутбуком для демонстрации презентаций. На компьютере должна быть установлена операционная система Windows и пакет приложений Microsoft Office.

3.2. Учебно-методическое и информационное обеспечение программы

1. Всероссийские олимпиады школьников по математике 1993–2006: Окружной и финальный этапы / Н. Х. Агаханов и др. Под ред. Н. Х. Агаханова. — М.: МЦНМО, 2007. — 472 с. Режим доступа: <https://math.ru/lib/files/pdf/olimp/Vseross.pdf>
2. Бураго А.Г. Дневник математического кружка: первый год занятий. – М.: МЦНМО, 2017. – 368 с. Режим доступа: <https://dev.mccme.ru/~merzon/mirror/kruzhok/burago-excerpt.pdf>
3. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки. – Киров, АСА, 1994. – 272 с. Режим доступа: https://www.mathedu.ru/text/genkin_i_dr_leningradskie_matematicheskie_kruzhki_1994/p0/
4. Горбачев Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: МЦНМО, 2004. – 560 с. Режим доступа: <https://postypashki.ru/wp-content/uploads/2019/02/%D0%A1%D0%B1%D0%BE%D1%80%D0%BD%D0%B8%D0%BA-%D0%BE%D0%BB%D0%B8%D0%BC%D0%BF%D0%B8%D0%B0%D0%B4%D0%BD%D1%8B%D1%85-%D0%B7%D0%B0%D0%B4%D0%B0%D1%87.pdf>
5. Задачи Санкт-Петербургской олимпиады школьников по математике / сост. К.П. Кохась, С.В. Иванов, С.Л. Берлов и др. – СПб.: «Невский диалект», 2002. – 192 с. Режим доступа: https://www.viu-online.ru/science/bulletin/2011/Kohas_K. Berlov_S. Hrabrov_A. i dr. - Zadachi_Sankt-Peterburgskoj_olimpiady_shkolnikov_po_matematike_2017_goda_-2018.pdf
6. Козлова Е.Г. Сказки и подсказки. – М.: МЦНМО, 2004. – 165 с. Режим доступа: <https://old.mccme.ru/free-books/pdf/kozlova.pdf>
7. Спивак А.В. Математический кружок. 6-7 классы. – М.: Посев, 2003. – 128 с. Режим доступа: <https://math.ru/lib/files/pdf/mmmf/posev.pdf>

Цифровые образовательные ресурсы

8. <http://www.mccme.ru/> – Московский центр непрерывного математического образования (Центр, осуществляющий поддержку различных форм внеклассной работы по математике со школьниками. Оказывает методическую помощь преподавателям кружков и классов с углубленным изучением математики.)
9. <http://www.rosolymp.ru/> – Информационный портал всероссийской олимпиады школьников
10. <http://www.etudes.ru/> – Математические этюды. (Сайт, созданный при поддержке Математического института им. В.А. Стеклова РАН. На сайте представлены этюды, выполненные с использованием современной компьютерной 3D-графики, увлекательно и интересно рассказывающие о математике и её приложениях)
11. <http://www.math.ru/> – Math.ru (Учредителем этого сайта является Отделение математических наук РАН. На сайте собрана классика математической литературы, ссылки на видео-лекции и другие методические разработки).
12. <http://cdoosh.ru/> – Центр дополнительного образования одаренных школьников (Сайт содержит материалы математических турниров, информацию о текущих соревнованиях по математике и дистанционных школах).

3.3. Кадровое обеспечение реализации программы

Реализацию программы осуществляют преподаватели, квалификация которых соответствует требованиям профессионального стандарта «Педагог дополнительного образования детей и взрослых», утверждённого приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации «Об утверждении профессионального стандарта «Педагог дополнительного образования детей и взрослых» от 22 сентября 2021 г. №652.

3.4. Организация образовательного процесса

Образовательный процесс реализуется в форме лекционных и практических занятий, нацеленных на последовательное решение задач, приводящих к формулировке (и доказательству) общих утверждений. Такая технология не только развивает навыки самостоятельной работы и стимулирует творческую активность, но и способствует созданию целостного представления о структуре математического знания и тесной взаимосвязи его частей. Образовательный процесс предполагает самостоятельную работу слушателей и выполнение домашних заданий. Обучение осуществляется в группах.

3.5. Финансовые условия реализации дополнительной общеобразовательной программы

Финансовое обеспечение реализации дополнительных общеобразовательных программ осуществляется за счет средств субсидии на финансовое обеспечение выполнения государственного (муниципального) задания на оказание государственных (муниципальных) услуг (выполнение работ) в рамках нормативов расходов на реализацию программ дополнительных общеобразовательных программ.

Дополнительные общеобразовательные программы могут реализовываться за счет средств физических и (или) юридических лиц в соответствии с Постановлением Правительства Российской Федерации от 15.09.2020 № 1441 «Об утверждении Правил оказания платных образовательных услуг».

IV КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ

4.1 Формы аттестации

Текущий контроль проводится с целью определения степени усвоения материала обучающимися в форме устного опроса и самостоятельной работы.

Промежуточная аттестация проводится по итогам освоения модуля в виде зачетной работы.

4.2 Оценка качества освоения программы

В соответствии с требованиями Федерального Закона «Об образовании в РФ» ст.75, к общему результату дополнительного образования детей, результатом дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы детей «Математическая школа «Монада» – 9-10 класс является развитие математических способностей обучающихся.

Оценка о качества освоения программы осуществляется на основании достижения критериальных значений по каждому показателю.

Результат освоения программы	Основные показатели оценки результата	Критериальное значение показателя	Форма контроля
<p>Обучающийся знает: основные понятия, положения и методы математических теорий, представленных в содержании школьных математических олимпиад. умеет: применять изученные методы и подходы в решении математических задач исследовательского характера и задач математических олимпиад различного уровня сложности. владеет: основными логическими методами решения олимпиадных математических задач.</p>	<p>Показатель 1 Обучающийся владеет методами решения олимпиадных математических задач базового / повышенного уровня сложности. Показатель 2 Обучающийся может представить логически обоснованное, последовательное решение задания.</p>	<p>Показатель 1 – Верно построена математическая модель и получен верный ответ (4 балла) – Верно построена математическая модель, но выбранный метод решения реализован с недочетами (2-3 балла) – Неверно построена математическая модель. Показатель 2 – Представлено логически обоснованное решение задания (3 балла) – Логическое обоснование решения содержит неточности (1-2 балла) – Логическое обоснование решения не представлено или содержит существенные ошибки.</p>	<p>Самостоятельная работа №1 Самостоятельная работа №2 Зачет «Логика и комбинаторика», зачет «Теория чисел»</p>

4.3. Оценочные средства

Устный опрос предполагает беседу, направленную на проверку знаний определений основных понятий, формулировки утверждений и описания процесса их применения в процессе решения задач.

Устный опрос не предполагает выставления отметки.

Форма организации самостоятельных /зачетных работ			
Длительность проведения	Содержание	Формат	Фиксация образовательных результатов

2 академических часа (самостоятельная работа)	Задания представлены ниже.	Письменная математическая олимпиада	Проверенная согласно критериям письменная работа обучающегося; протокол олимпиады
1 академический час (зачетная работа)			

Критерии оценивания самостоятельных /зачетных работ

Каждое задание оценивается в 7 баллов, полученных в сумме оценивания двух показателей.

Не зачтено	Зачтено
Получено менее половины баллов за работу. Количество баллов определяется формулой: $7 \cdot (\text{количество заданий})$. Демонстрационный вариант работы представлен ниже.	Получено не менее половины баллов за работу. Количество баллов определяется формулой: $7 \cdot (\text{количество заданий})$. Демонстрационный вариант работы представлен ниже.

Промежуточная аттестация

Для прохождения промежуточной аттестации необходимо получить зачет по двум зачетным работам и не менее одного зачета по одной из двух самостоятельных работ.

**Самостоятельная работа №1 для осуществления текущего контроля по модулю
«Логика и комбинаторика»**

1. Докажите, что пятизначных натуральных чисел, в которых цифры не убывают слева направо, меньше, чем пятизначных натуральных чисел, в которых цифры не убывают справа налево.
2. Хромой король умеет ходить только вверх, вправо и вправо-вверх. Каких путей хромого короля больше: из 1 в $h8$ или из 1 в $h7$?
3. Каких пятизначных натуральных чисел больше: чётных с суммой цифр 36 или нечётных с суммой цифр 38?
4. Что больше: число способов разложить 99 гирек с весами 1г, 2г, ..., 99г на две чаши весов так, чтобы весы остались в равновесии, или число способов разложить так 100 гирек с весами 1г, 2г, ..., 100г?
5. Пусть S — количество 41-элементных подмножеств множества $\{1, 2, \dots, 2020\}$ с чётной суммой элементов, а N — количество 41-элементных подмножеств с нечётной суммой. Докажите, что $S = N$.

**Самостоятельная работа №2 для осуществления текущего контроля по модулю
«Теория чисел»**

1. Известно, что $a + 2c$ и $b + 3d$ делятся на 7. Докажите, что $ab - 6cd$ делится на 7.
2. Докажите, что $3^{100} - 2^{100}$ делится на $3^{10} + 2^{10}$.
3. Для какого наибольшего натурального числа n число $n^3 + 7n^2 - 2n + 100$ делится на число $n + 10$?
4. Докажите, что $(3^n + 1)^n - 2$ делится на $3^n - 2$.
5. Дано простое число p и такие целые числа a, b, c, d, e , что числа $a^2 - b, a^3 - c, c^5 - d, b^7 - e$ делятся на p . Докажите, что и число $ae - d$ делится на p .

Зачетные задания по модулю «Логика и комбинаторика»

Задание 1.

1. На шахматной доске 100×100 коню разрешено ходить только в четырех направлениях: на 2 вверх и 1 влево, на 2 вверх и 1 вправо, на 2 вправо и 1 вверх, на 2 вправо и 1 вниз. Докажите, что с какой бы клетки он ни начал, удастся сделать лишь конечное число ходов.
2. В стране несколько городов, попарные расстояния между которыми различны. Путешественник отправился из города A в самый удаленный от него город B , оттуда — в самый удаленный от него город C , и т. д. Докажите, что если C не совпадает с A , то путешественник никогда не вернется в A .
3. На доске написаны числа $1, 2, \dots, 2020$. За одну операцию можно стереть любые два числа a и b и вместо них написать остаток от деления на 7 числа $a + b$. После проведения нескольких таких операций на доске остались числа x и 987. Найдите число x .
4. На доске записаны несколько чисел. За один ход разрешается любые два из них, одновременно не равные нулю, скажем, a и b , заменить на числа $a - \frac{b}{2}$ и $b + \frac{a}{2}$. Можно ли через несколько таких ходов получить на доске исходные числа?
5. Имеются три автомата. На вход им подается карточка (a, b) . Первый печатает карточку (b, a) . Вторым — $(a, a + b)$, третий печатает $(b - a, b)$. Можно ли при помощи этих автоматов получить из карточки $(1, 1)$ карточку $(123321, 1001)$?

Задание 2.

1. Можно ли придумать семь таких слов, чтобы каждое имело хотя бы одну общую букву ровно с пятью другими?
2. В стране Семёрка 15 городов, каждый из которых соединён дорогами не менее чем с семью другими. Докажите, что из каждого города можно добраться до любого другого (возможно, проезжая через другие города).
3. Однажды в школе устроили однокруговой (каждая команда играет с каждой) турнир на 15 команд. Докажите, что в любой момент времени турнира найдутся 2 команды, сыгравшие одинаковое число матчей.
4. За круглым столом сидят 40 человек.
 - (а) Может ли случиться, что у каждых двух из них, между которыми сидит нечётное число человек, есть за столом общий знакомый, а у каждых двух, между которыми сидит чётное число человек, общего знакомого нет?
 - (б) Может ли случиться, что у каждых двух из них, между которыми сидит чётное число человек, есть за столом общий знакомый, а у каждых двух, между которыми сидит нечётное число человек, общего знакомого нет?
5. В пустые кубики куба $5 \times 5 \times 5$ Петя по одному вписывал числа. Вписанное число равнялось количеству соседних по грани кубиков, в которые уже были вписаны числа. Петя заполнил весь куб. Найдите сумму всех чисел и докажите, что она не зависит от порядка заполнения.

Зачетные задания по модулю «Теория чисел»

1. Докажите, что либо $n^{18} - 1$, либо $n^{18} + 1$ делится на 37.
2. Найдите остаток от деления 8^{900} на 29;
3. Пусть $p > 2$ — простое число. Докажите, что $7^p - 5^p - 2$ делится на 6p.
4. Докажите, что число $40^{81} + 17^{160}$ является составным.

Авторы программы:

Ботороева Мария Николаевна, доцент кафедры математики и методики обучения математике ФГБОУ ВО «ИГУ», к.ф.-м.н.

Будникова Ольга Сергеевна, заведующий кафедрой математики и методики обучения математике ФГБОУ ВО «ИГУ», к.ф.-м.н., доцент

Дулатова Зайнеп Асаналиевна, доцент кафедры математики и методики обучения математике ФГБОУ ВО «ИГУ», к.ф.-м.н.

Ковыршина Анна Ивановна, доцент кафедры математики и методики обучения математике ФГБОУ ВО «ИГУ», к.ф.-м.н., доцент

Лапшина Елена Сергеевна, доцент кафедры математики и методики обучения математике ФГБОУ ВО «ИГУ», к.ф.-м.н., доцент

Орлов Сергей Сергеевич, доцент кафедры математики и методики обучения математике ФГБОУ ВО «ИГУ», к.ф.-м.н.

Штыков Николай Николаевич, доцент кафедры математики и методики обучения математике ФГБОУ ВО «ИГУ», к.ф.-м.н.