

Министерство образования Иркутской области
ФГБОУ ВПО «Иркутский государственный университет»

Кафедра математики и методики обучения математике

Кафедра математической информатики

IV региональный творческий конкурс учителей математики

Второй этап, 1 тур, 23 марта 2015 года

1. Вычислите

$$\operatorname{tg} \left(2 \arccos \frac{5}{\sqrt{26}} + \arcsin \left(-\frac{12}{13} \right) \right).$$

2. Найдите область значения функции

$$\frac{x}{x^2 + 3x + 1}.$$

3. На отрезке AC , как на диаметре, построена полуокружность. К ней в некоторой точке K проведена касательная, которую в точке N пересекает прямая, проходящая через точку C параллельно AK . На прямой AC за точку C отмечена точка B так, что $AC = CB$. Перпендикуляр в точке B к прямой AC пересекает данную касательную в точке M . Докажите, что $KN \cdot NM$ не зависит от выбора точки K .

4. График функции $y = x^3 + ax^2 + bx + c$, $c < 0$, пересекает ось OY в точке A , а ось OX в ровно двух точках M и N . Касательная к графику функции в точке M проходит через точку A . Найдите a, b, c , если площадь треугольника AMN равна 1.

5. Найдите наименьшее натуральное число, которое можно тремя разными способами представить в виде $13x + 73y$, где x и y — натуральные числа.

Министерство образования Иркутской области
ФГБОУ ВПО «Иркутский государственный университет»

Кафедра математики и методики обучения математике

Кафедра математической информатики

IV региональный творческий конкурс учителей математики

Второй этап, 2 тур, 25 марта 2015 года

1. Расставьте в таблице 3×3 числа от 15 до 23 так, чтобы все суммы в парах соседних клеток были различны. *Соседними* считаются клетки, имеющие общую сторону.
2. Докажите, что при любом натуральном n число $37^{n+2} + 16^{n+1} + 23^n$ делится на 7.
3. По кругу расположены 10 фишек. Найдите количество подмножеств, в каждом из которых найдутся 3 подряд стоящие фишки.
4. Точка M — середина AB равнобедренного прямоугольного треугольника ABC с гипотенузой BC . Прямая, проходящая через точку A перпендикулярно CM пересекает сторону BC в точке P . Докажите, что $\angle AMC = \angle BMP$.
5. Найдите полином пятой степени $P(x)$ такой, что $P(x) + 1$ делится на $(x - 1)^3$ и $P(x) - 1$ делится на $(x + 1)^3$.