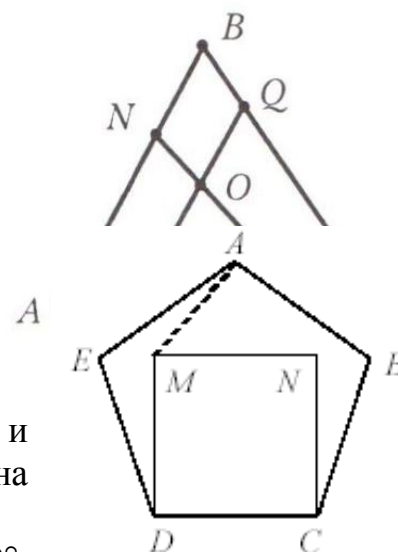


## Подсчёт углов

1. Найдите сумму всех внутренних углов четырехугольника (выпуклого и невыпуклого). ( **$360^\circ$** )
2. Найдите сумму всех внутренних углов выпуклого пятиугольника.
3. Медиана треугольника равна половине стороны, к которой она проведена. Докажите, что этот треугольник прямоугольный.
4. Найдите сумму всех внешних углов, взятых по одному при каждой вершине, для а) выпуклого четырехугольника, б) выпуклого пятиугольника, в) выпуклого 12-угольника.
5. Какое наибольшее число острых внутренних углов может иметь выпуклый многоугольник?
6. Существует ли выпуклый 400-угольник, у которого все углы выражаются целыми числами градусов?
7. Найдите число сторон выпуклого  $n$ -угольника, если каждый его внутренний угол не меньше  $143^\circ$  и не больше  $146^\circ$ .
8. Прямая, проходящая через вершину  $A$  треугольника  $ABC$ , пересекает сторону  $BC$  в точке  $M$ . При этом  $BM = AB$ ,  $\angle BAM = 35^\circ$ ,  $\angle CAM = 15^\circ$ . Найдите углы треугольника.
9. Два угла треугольника равны  $10^\circ$  и  $70^\circ$ . Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины третьего угла треугольника.
10. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AC$ , равным 36, внешний угол при вершине  $B$  равен  $60^\circ$ . Найдите расстояние от вершины  $C$  до прямой  $AB$ .
11. Могут ли быть перпендикулярны биссектрисы внутренних углов треугольника?
12.  $ABC$  – равнобедренный треугольник с основанием  $AC$ ,  $CD$  – биссектриса угла  $C$ ,  $\angle ADC = 150^\circ$ . Найдите  $\angle B$ .
13. Найдите наибольший угол треугольника, в котором центры вписанной и описанной окружностей симметричны относительно некоторой стороны этого треугольника.
14. Докажите, что в выпуклом четырехугольнике любой угол меньше суммы трех других углов.
15. Докажите, что в выпуклом четырехугольнике сумма любых двух внутренних углов больше разности двух других.
16. Найти сумму углов при вершинах пятиконечной звезды.
17. В правильном треугольнике  $ABC$  со стороной  $a$  точки  $M$ ,  $N$ ,  $P$  и  $Q$  расположены так, что  $MA + AN = PC + CQ = a$ . Найдите величину угла  $NOQ$ .
18. На рисунке  $ABCDE$  – правильный пятиугольник, а  $MNCD$  – квадрат. Вычислите разницу углов  $\angle AMN - \angle EAM$  в градусах.
19.  $AL$  и  $BM$  – биссектрисы треугольника  $ABC$ . Окружности, описанные около треугольников  $ALC$  и  $BMC$ , вторично пересекаются в точке  $K$ , лежащей на стороне  $AB$ . Найдите величину угла  $ACB$ .
20. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$   $\angle ABC = 90^\circ$ ,



$\angle BAC = \angle CAD$ ,  $AC = AD$ ,  $DH$  – высота треугольника  $ACD$ . В каком отношении прямая  $BH$  делит отрезок  $CD$ ?

21. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  угол  $ABD$  равен  $60^\circ$ , угол  $CBD$  равен  $40^\circ$ , угол  $ADC$  равен  $130^\circ$ , и  $AB = BC$ . Найдите углы четырёхугольника  $ABCD$ .

22. В четырёхугольнике  $ABCD$  известны некоторые углы между сторонами и диагоналями (см. рисунок). Найдите  $\angle ACD$ .

23. На двух сторонах треугольника вне его построены квадраты. Докажите, что отрезок, соединяющий концы сторон квадратов, выходящих из одной вершины треугольника, в два раза больше медианы треугольника, выходящей из этой же вершины.

24. Внутри равнобедренного треугольника  $ABC$  с основанием  $BC$  взята точка  $M$  такая, что  $\angle MBC = 30^\circ$ ,  $\angle MCB = 10^\circ$ . Найдите угол  $AMC$ , если  $\angle BAC = 80^\circ$ .

25. Точка  $M$  взята на стороне  $AC$  равностороннего треугольника  $ABC$ , а на продолжении стороны  $BC$  за точку  $C$  отмечена точка  $N$ , причём  $BM = MN$ . Докажите, что  $AM = CN$ .

26. Пусть  $M$  – точка пересечения диагоналей выпуклого четырёхугольника  $ABCD$ , в котором стороны  $AB$ ,  $AD$  и  $BC$  равны между собой. Найдите угол  $CMD$ , если известно, что  $DM = MC$ , а  $\angle CAB \neq \angle DBA$ .

27. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  диагонали  $AC$  и  $BD$  равны. Кроме того,  $\angle BAC = \angle ADB$ ,  $\angle CAD + \angle ADC = \angle ABD$ . Найдите угол  $BAD$ .

28. Точка  $K$  лежит на стороне  $BC$  треугольника  $ABC$ . Докажите, что соотношение  $AK^2 = AB \cdot AC - KB \cdot KC$  выполнено тогда и только тогда, когда  $AB = AC$  или  $\angle BAK = \angle CAK$ .

29. Внутри квадрата отмечены 22 точки. Некоторые из них соединены с вершинами квадрата и между собой так, что квадрат разбился на треугольники. При этом все отмеченные точки оказались вершинами этих треугольников. Найдите число треугольников.

30. На окружности расставлено 2002 точки. За один ход разрешается соединить любые две из них отрезком, не пересекающим проведенные отрезки внутри окружности. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре? А если 2003 точки?

