

Министерство образования Иркутской области  
ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет»  
Кафедра математики и методики обучения математике  
Кафедра алгебраических и информационных систем

**IX открытый региональный творческий конкурс учителей математики**

*1 этап, 10–20 февраля 2020 года*

*Внимание! Если у задачи несколько ответов, их нужно перечислить через точку с запятой.*

1. Найдите наибольшее натуральное число  $k$ , которое не может быть равно сумме цифр натурального числа, делящегося на 17.
2. Сколькими способами из 7 элементов можно выбрать два набора так, чтобы их объединение состояло из всех 7 элементов? Порядок наборов не важен.
3. Несколько школьников решали 20 заданий по математике и 11 заданий по экономике. Каждый школьник решил ровно по одному заданию по математике и по экономике, а у любых двух школьников наборы решенных заданий разные. Известно, что у любых двух школьников наборы задач не совпадают. При этом для каждого школьника оказалось, что какую-то из тех двух задач, которые он решил, решило еще не более одного школьника. Какое наибольшее возможное количество школьников?
4. В треугольнике  $ABC$   $\angle BAC = 72^\circ$ . Перпендикуляр из  $B$  к  $CA$  пересекает биссектрису угла  $BCA$  в точке  $P$ , перпендикуляр из  $C$  к  $AB$  пересекает биссектрису угла  $ABC$  в точке  $Q$ . Точки  $A$ ,  $P$  и  $Q$  лежат на одной прямой. Найдите разность углов  $ABC$  и  $BCA$ .
5. Найдите наибольшее натуральное число  $n$ , для которого  $\sqrt{n^2 + 85n + 2017}$  — целое число.
6. Многочлен  $P(x)$  третьей степени такой, что  $P(11) = 11$ ,  $P(12) = 12$ ,  $P(13) = 14$ ,  $P(14) = 15$ . Найдите  $P(15)$ .
7. Найдите наибольшее значение суммы  $\sqrt{a-1} + \sqrt{b-1} + \sqrt{c-1}$ , если  $a + b + c = 6$ .
8. В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$  стороны  $AB$  и  $BC$  равны,  $\angle ACD = \angle BDA = 30^\circ$ ,  $\angle ABD = 10^\circ$ . Найдите  $\angle ABC$ .
9. Для каждой упорядоченной пары действительных чисел  $(x, y)$ , таких, что  $\log_2(2x + y) = \log_4(x^2 + xy + 7y^2)$ , найдется действительное число  $k$ , для которого  $\log_3(3x + y) = \log_9(3x^2 + 4xy + ky^2)$ . Найдите произведение всех возможных значений  $k$ .
10. В треугольнике  $ABC$  известны длины сторон:  $AB = 30$ ,  $BC = 32$ ,  $AC = 34$ . На стороне  $BC$  отмечена точка  $X$ . Точки  $L_1$ ,  $L_2$  — центры вписанных окружностей треугольников  $ABX$  и  $ACX$  соответственно. Найдите наименьшее значение площади треугольника  $AL_1L_2$  для всех точек  $X$ .