

Министерство образования Иркутской области
ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет»
Кафедра математики и методики обучения математике
Кафедра алгебраических и информационных систем

V региональный творческий конкурс учителей математики

1 этап, 1–10 марта 2016 года

Внимание! Если у задачи несколько ответов, их нужно перечислить через точку с запятой.

1. Найдите наибольшее целое n , для которого $9n + 16$ и $16n + 9$ являются точными квадратами.
2. Для некоторой цифры d выполняется равенство $0, d25d25d25 \dots = \frac{n}{810}$, где n — натуральное число. Найдите n .
3. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Точка X лежит на его стороне AD , причем $BX \parallel CD$ и $CX \parallel BA$. Найдите BC , если $AX = 1,5$ и $DX = 6$.
4. Найдите самое большое значение суммы $x + y$, где x, y — натуральные числа такие, что $x^2 + 3y$ и $y^2 + 3x$ являются точными квадратами.
5. Найдите сумму всех простых чисел p , для которых система уравнений
$$\begin{cases} p + 1 = 2x^2 \\ p^2 + 1 = 2y^2 \end{cases}$$
 имеет решения в натуральных числах.
6. Есть 24 шарика — по 6 каждого из четырех цветов, которые разложили поровну по шести ящикам. Какое наименьшее количество ящиков *всегда* можно выбрать так, чтобы в них были шарiki всех цветов? При выборе ящиков мы можем видеть их содержимое.
7. По кругу расположены 100 синих и некоторое количество красных шариков. На любой части круга, содержащей 8 синих шариков, есть не менее 5 красных. Какое наименьшее количество красных шариков может быть в наборе шариков?
8. В ряд выложено 100 карт рубашкой вниз. Двое ходят по очереди. Первый переворачивает любые две соседние карты, а второй — любые две карты. Какого наибольшего количества карт, лежащих рубашкой вверх, может добиться второй игрок?
9. Точка M — середина AB треугольника ABC , точка L — центр его вписанной окружности, $CL = ML$. Найдите наибольшее возможное значение угла CLM в градусах.
10. Полином $x^3 - 2011x + k$ имеет три целых корня a, b, c для некоторого целого k . Найдите $|a| + |b| + |c|$.