

Министерство образования Иркутской области
ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет»
Кафедра математики и методики обучения математике
Кафедра алгебраических и информационных систем

VII региональный творческий конкурс учителей математики

1 этап, 16–26 февраля 2018 года

Внимание! Если у задачи несколько ответов, их нужно перечислить через точку с запятой.

1. Точка O – центр вписанной окружности треугольника ABC , точка K – середина стороны AB . Угол AOK – прямой, $AC = 1$. Найдите $AB + BC$.

2. Найдите наименьшее возможное значение выражения

$$\left[\frac{a+b+c}{d} \right] + \left[\frac{b+c+d}{a} \right] + \left[\frac{c+d+a}{b} \right] + \left[\frac{d+a+b}{c} \right],$$

где a, b, c, d – натуральные числа, $[x]$ – целая часть действительного числа x .

3. Внутри треугольника ABC выбрана точка D . Оказалось, что $\angle BAC = 100^\circ$, $\angle ACB = 20^\circ$, $\angle BAD = 70^\circ$, $\angle ABD = 40^\circ$. Найдите угол ACD .

4. Какое наибольшее количество подряд идущих натуральных чисел таких, что сумма цифр каждого из них, увеличенная на 1, является делителем этого числа?

5. Найдите наименьшее целое a , при котором неравенство $a(2 + \sin^2 x)^4 + \cos^2 x + a > 11$ верно для всех действительных x .

6. Найдите наибольшее целое x , которое является решением системы уравнений

$$\begin{cases} xy + x + 1 = 7y, \\ x^2 y^2 + xy + 1 = 13y^2. \end{cases}$$

Значение y для наибольшего целого x указывать не надо.

7. Нескольким студентам предложили набор из 8 заданий. Каждому дали 3 задания. Никакие два студента не получили более одного общего задания. Какое наибольшее возможное количество студентов?

8. Сколькими способами можно расставить восемь ладей на черных полях шахматной доски так, чтобы они не били друг друга?

9. Последовательность $\{x_n\}$ задана следующим образом:

$$x_1 = -2, x_2 = -1, x_{n+1} = \sqrt[3]{n(x_n^2 + 1) + 2x_{n-1}} \text{ для } n \geq 2. \text{ Найдите } x_{1000}.$$

10. В 13 регионах нужно построить 25 баз (в каждом регионе хотя бы одну базу) так, чтобы каждые две базы в разных регионах были соединены авиатранспортом. Найдите наименьшее возможное количество авиалиний.