

Министерство образования Иркутской области
ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет»
Кафедра математики и методики обучения математике
Кафедра алгебраических и информационных систем

VI региональный творческий конкурс учителей математики

1 этап, 1–12 марта 2016 года

Внимание! Если у задачи несколько ответов, их нужно перечислить через точку с запятой.

1. Около единичного квадрата $ABCD$ описана окружность, на которой выбрана точка M . Какое наибольшее значение может принимать произведение $2 \cdot MA \cdot MB \cdot MC \cdot MD$?
2. Чему равно произведение действительных корней уравнения

$$x^2 + 18x + 30 = 2\sqrt{x^2 + 18x + 45}?$$

3. Точки M, N, P — середины сторон AB, CD и DA вписанного четырехугольника $ABCD$. Известно, что $\angle MPD = 150^\circ$, $\angle BCD = 140^\circ$. Найдите угол $\angle PND$.
4. Числа a, b, c таковы, что $a + b + c = 7$ и $\frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{a+b} = \frac{7}{10}$. Найдите

$$\frac{10a}{b+c} + \frac{10b}{a+c} + \frac{10c}{a+b}.$$

5. Найдите наибольшее натуральное число n , которое делится на все натуральные числа, не превосходящие $\frac{n}{10}$.
6. Найдите произведение ab , если известно, что $(0, 0)$, $(a, 11)$, $(b, 37)$ — вершины правильного треугольника.
7. Найдите наибольшее натуральное число, которое нельзя представить как сумму двух натуральных чисел, в десятичной записи каждого из которых найдутся две одинаковые цифры рядом. (Например, число 1031 не подходит, так как $1031 = 700 + 331$.)
8. В треугольнике ABC точка I — центр вписанной окружности, точка D — середина AB . Найдите $\frac{AB+BC}{AC}$ если известно, что угол $\angle AID$ — прямой.
9. Из чисел $1, 2, 3, \dots, 1799$ выбран набор из 1200 попарно различных чисел. Какое наибольшее количество пар (a, b) таких, что a делится на b , всегда можно из них составить (*найденные пары могут иметь общее число*)?
10. Определите наименьшее количество фишек, стоящих по одной на каждой клетке доски 10×10 , которые нужно убрать с доски так, чтобы никакие четыре из оставшихся фишек не были вершинами прямоугольника со сторонами, параллельными сторонам доски.