

Министерство образования Иркутской области  
ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет»  
Кафедра математики и методики обучения математике  
Кафедра алгебраических и информационных систем

**VI региональный творческий конкурс учителей математики**

*1 этап, 1–12 марта 2017 года*

*Внимание! Если у задачи несколько ответов, их нужно перечислить через точку с запятой.*

1. Около единичного квадрата  $ABCD$  описана окружность, на которой выбрана точка  $M$ . Какое наибольшее значение может принимать произведение  $2 \cdot MA \cdot MB \cdot MC \cdot MD$ ?
2. Чему равно произведение действительных корней уравнения

$$x^2 + 18x + 30 = 2\sqrt{x^2 + 18x + 45}?$$

3. Точки  $M, N, P$  — середины сторон  $AB, CD$  и  $DA$  вписанного четырехугольника  $ABCD$ . Известно, что  $\angle MPD = 150^\circ$ ,  $\angle BCD = 140^\circ$ . Найдите угол  $\angle PND$ .
4. Числа  $a, b, c$  таковы, что  $a + b + c = 7$  и  $\frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{a+b} = \frac{7}{10}$ . Найдите

$$\frac{10a}{b+c} + \frac{10b}{a+c} + \frac{10c}{a+b}.$$

5. Найдите наибольшее натуральное число  $n$ , которое делится на все натуральные числа, не превосходящие  $\frac{n}{10}$ .
6. Найдите произведение  $ab$ , если известно, что  $(0, 0), (a, 11), (b, 37)$  — вершины правильного треугольника.
7. Найдите наибольшее натуральное число, которое нельзя представить как сумму двух натуральных чисел, в десятичной записи каждого из которых найдутся две одинаковые цифры рядом. (Например, число 1031 не подходит, так как  $1031 = 700 + 331$ .)
8. В треугольнике  $ABC$  точка  $I$  — центр вписанной окружности, точка  $D$  — середина  $AB$ . Найдите  $\frac{AB+BC}{AC}$  если известно, что угол  $\angle AID$  — прямой.
9. Из чисел  $1, 2, 3, \dots, 1799$  выбран набор из 1200 попарно различных чисел. Какое наибольшее количество пар  $(a, b)$  таких, что  $a$  делится на  $b$ , всегда можно из них составить (*найденные пары могут иметь общее число*)?
10. Определите наименьшее количество фишек, стоящих по одной на каждой клетке доски  $10 \times 10$ , которые нужно убрать с доски так, чтобы никакие четыре из оставшихся фишек не были вершинами прямоугольника со сторонами, параллельными сторонам доски.