

Министерство образования Иркутской области
ФГБОУ ВО «Иркутский государственный университет»
Кафедра математики и методики обучения математике
Кафедра алгебраических и информационных систем

IX открытый региональный творческий конкурс учителей математики

2 этап, 2 тур, 25 марта 2020 года

Геометрия и комбинаторика

1. Можно ли покрасить клетки квадрата 8×8 в 16 цветов так, чтобы для любых двух цветов нашлись клетки этих цветов, имеющих общую сторону?
2. На плоскости провели 9 прямых так, что некоторые из них параллельны, другие пересекаются так, что никакие три прямые не пересекаются в одной точке. Может ли оказаться так, что точек пересечения прямых ровно 17?
3. На стороне AB треугольника ABC отмечена точка D так, что $BD = BC$. Биссектриса BL пересекает описанную около треугольника ABC окружность в точке K . Докажите, что четырехугольник $ADLK$ — вписанный.
4. Двое игроков по очереди берут камни из кучки, в которой вначале лежит 2020 камней. Первый игрок своим ходом может брать 1 или 4 камня, а второй — 1 или 3 камня. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?
5. Натуральное число n поделили с остатком на $2, 3, 4, 5, \dots, 1000$. Полученные остатки сложили и сумму поделили на n . Какое наибольшее число могло при этом получиться?
6. На сторонах треугольника BC и AC отмечены точки D и E соответственно так, что $BD = AE$. Прямая, проходящая через центры описанных около треугольников ADC и BEC окружностей пересекает AC и BC в точках K и L . Докажите, что $CK = LC$.